



## ÜNİTE III

### SİLİNDİR

1. SİLİNDİRİK YÜZEY VE TANIMLAR
2. SİLİNDİR
  - a. Tanım
  - b. Silindirin Özellikleri
3. DAİRESEL SİLİNDİRİN ALANI
  - a. Dik Dairesel Silindirin Alanı
    - I. Dik Dairesel Silindirin Yanal Alanı
    - II. Dik Dairesel Silindirin Tüm Alanı
  - b. Eğik Dairesel Silindirin Alanı
    - I. Dik Kesit Yarıçapı ve Ana Doğrusu Verildiğine Göre, Eğik Dairesel Silindirin Alanı
    - II. Taban Yarıçapı ve Ana Doğrusu Verildiğine Göre, Eğik Dairesel Silindirin Alanı
4. DAİRESEL SİLİNDİRİN HACMİ
  - a. Dik Dairesel Silindirin Hacmi
  - b. Eğik Dairesel Silindirin Hacmi
5. ÇEŞİTLİ ÖRNEKLER

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

TEST III

**BU ÜNİTENİN AMAÇLARI**

Bu üniteyi çalıştığınızda;

- \* Uzayda silindirik yüzeyin nasıl meydana geldiğini açıklayabilecek,
- \* Silindirik yüzeyi meydana getiren elemanları ve özelliklerini açıklayabilecek,
- \* Silindirin nasıl meydana geldiğini, silindirin elemanlarını tanıyabilecek,
- \* Silindirlerin neye göre adlandırıldığını belirtebilecek,
- \* Dik dairesel silindirin ve eğik silindirin alanını bulabilecek,
- \* Dik dairesel silindirin ve eğik silindirin hacmini bulabilecek,
- \* Silindirlere ait uygulamaları yapabilecek ve problemleri çözebilecektir.

**NASIL ÇALIŞMALIYIZ?**

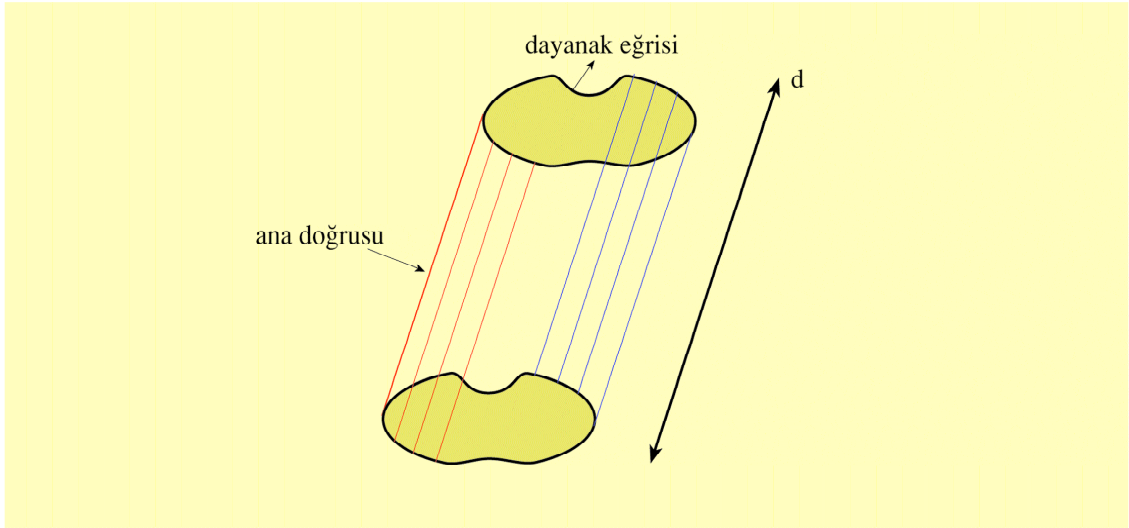
- \* Örnek soruları dikkatle okuyunuz. Kitaba bakmadan çözmeye çalışınız.
- \* Bu konular ile ilgili Matematik kitaplarından yararlanınız.
- \* Konuları anlamadan bir başka konuya geçmeyiniz.
- \* Her bölümün sonunda verilen alıştırmaya ve değerlendirme sorularını çözünüz.
- \* Test soruları ile kendinizi deneyiniz. Başarısız iseniz, başarısız olduğunuz bölümleri tekrar gözden geçirin.

## ÜNİTE III SİLİNDİR

### 1. SİLİNDİRİK YÜZEY VE TANIMLAR



Uzayda düzlemsel bir eğri ile, bu eğrinin düzlemine paralel olmayan bir  $d$  doğrusu alalım. Eğri üzerindeki her noktadan  $d$  doğrusuna paralel olarak çizilen doğruların oluşturduğu yüzeye, silindirik yüzey denir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1



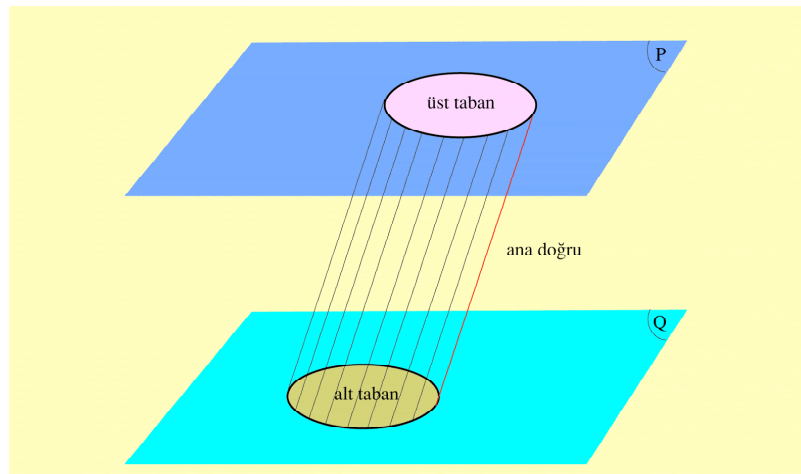
Düzlemsel eğriye, silindirik yüzeyin dayanak eğrisi,  $d$  doğrusuna paralel eğri üzerindeki doğrulara da, silindirik yüzeyin ana doğruları denir.

### 2. SİLİNDİR

#### a. Tanım



Dayanak eğrisi kapalı bir eğri olan, silindirik bir yüzeyin ana doğrularını kesen ve birbirlerine paralel, P ve Q gibi iki düzlem arasında kalan cisme, silindir denir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2



P ve Q paralel düzlemlerin silindirik yüzeyin içinde kalan parçalarına silindirin tabanları, taban düzlemleri arasındaki uzaklığa silindirin yüksekliği, tabanların çevrelerini birleştiren eğri yüzeye silindirin yanal yüzeyi denir.



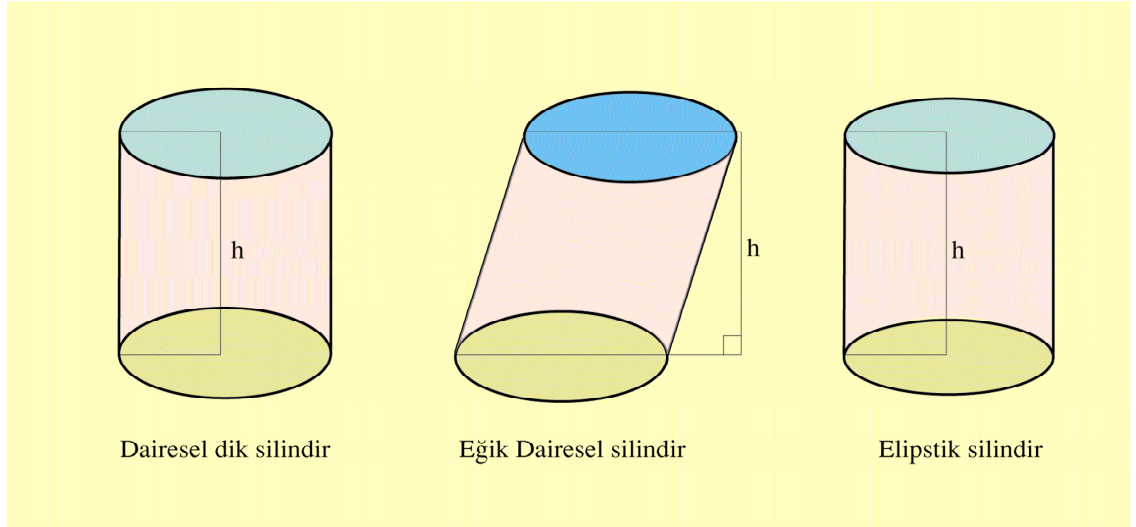
Ana doğruları tabanlarına dik olan silindire dik silindir, dik olmayan silindire de eğik silindir denir.

Silindirler tabanlarına göre adlandırılır. Dairesel silindir, eliptik silindir gibi.

Bu bölümde, silindir adı ile daireysel silindirleri inceleyeceğiz.



Tabanı daire olan dik silindire, dik daireysel silindir, tabanı daire olan eğik silindire, eğik daireysel silindir ve tabanı elips şeklinde olan silindire de, eliptik silindir denir (Şekil 3.3).



Şekil 3.3



Dik daireysel silindirlere, döner silindir de denir. Bir dikdörtgenin bir kenar etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle oluşan cisim, döner silindirdir.



Bir daireysel silindirin iki tabanı arasındaki uzaklığa, yükseklik denir.

#### b. Silindirin Özellikleri

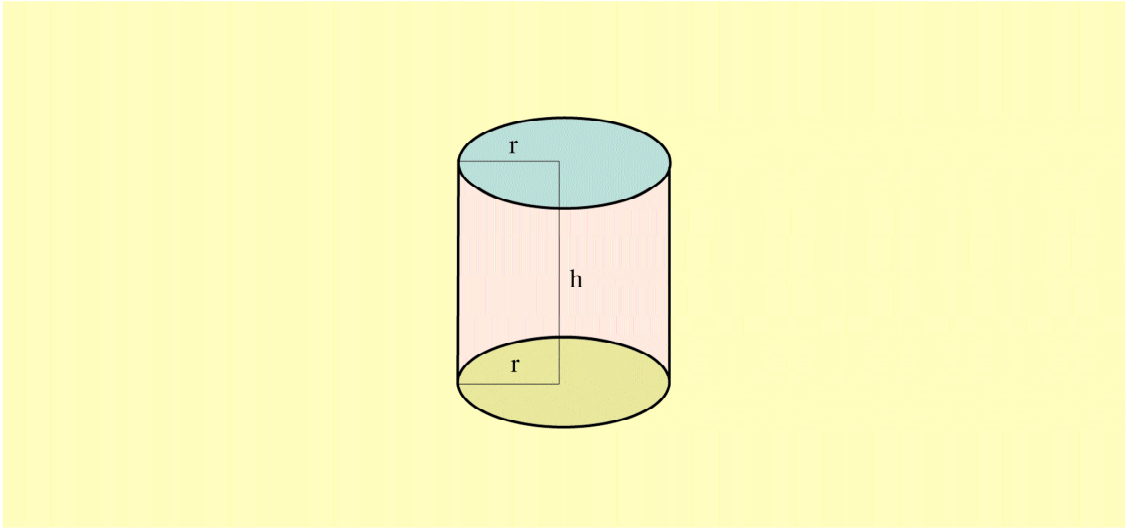
1. Tabanları birbirine eşittir.
2. Ana doğruları birbirine eş ve paraleldir.
3. Dik silindirin ana doğrusu ile yüksekliği birbirine eştir.
4. Dik silindirin yüksekliği, taban merkezlerini birleştiren doğru parçasıdır.
5. Bir silindirin ana doğrularına paralel bir düzlemle kesiti, bir paralelkenardır. Bu kesit, dik silindirde dikdörtgen olur.

6. Silindirin tabanları elips, daire gibi kapalı eğriler olup birer prizmadır.  
 7. Silindir de bir tür prizma olduğundan, dairesel silindirin tabanına paralel düzlemle kesitleri birbirine eştir.  
 8. Bir silindire, taban kenarları sonsuz sayıda çoğalmış bir prizma gözüyle bakılabilir.

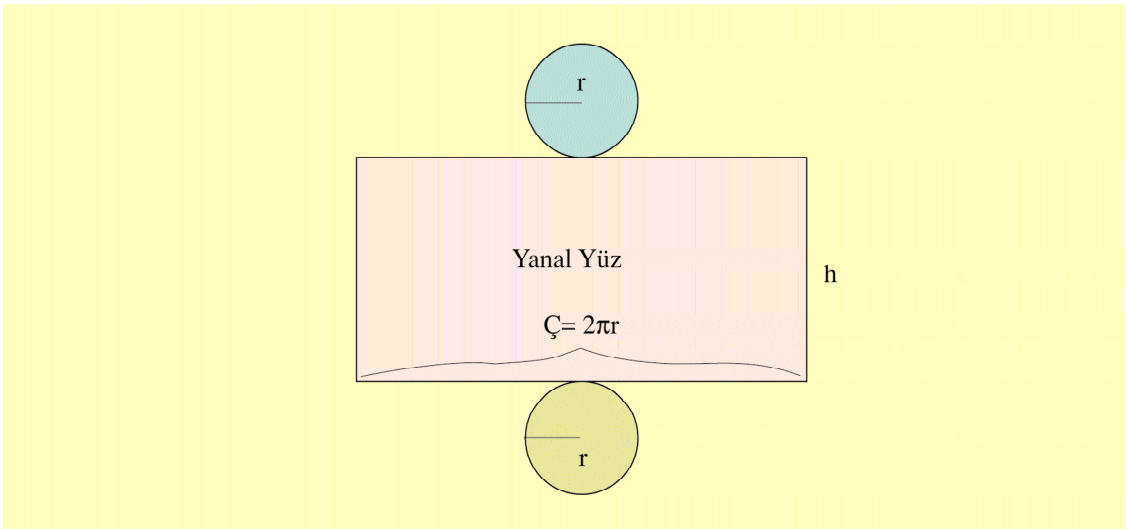
### 3. DAİRESEL SİLİNDİRİN ALANI

#### a. Dik Dairesel Silindirin Alanı

##### I. Dik Dairesel Silindirin Yanal Alanı



Şekil 3.4



Şekil 3.5

(Şekil 3.4)de, tabanı  $r$  yarıçaplı daire, yüksekliği  $h$  olan dik dairesel silindir. (Şekil 3.5) de bu silindirin açılımını yaptığımızda silindirin yan yüzü bir dikdörtgen olur. Bu dikdörtgenin bir kenarının uzunluğu, taban dairesinin çevresine, diğer uzunluğu ise, silindirin yüksekliğine eşittir.

Bu durumda, silindirin yanal alanı dikdörtgenin alanıdır. Buna göre,

Yanal alanı = (Taban çevresi) . (yükseklik) olarak ifade edebiliriz.

Yanal alanı  $Y$ , Taban çevresi  $2\pi.r$  ve yükseklik  $h$  ise,  $Y = 2\pi.r . h$  dir.

O halde, bir dik dairesel silindirin yanal alanı, taban çevresi ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

### ÖRNEK 3. 1

Taban yarıçapı 5 cm olan dik dairesel silindirin yüksekliği 8 cm olduğuna göre, bu silindirin yanal alanını bulalım. ( $\pi^a 3$  alınacaktır).

### ÇÖZÜM

Verilen dik dairesel silindirin taban yarıçapı,  $r = 5$  cm ve yüksekliği  $h = 8$  cm dir.

Bu silindirin yanal alanı;

$Y = 2 . \pi . r . h$  ifadesinden,

$Y = 2 . 3 . 5 . 8 = 240$  cm<sup>2</sup> olur.

### II. Dik Dairesel Silindirin Tüm Alanı

Bir dik dairesel silindirin tüm alanı, yanal alanı ile taban alanlarının toplamına eşittir.

Dik dairesel silindirin tabanı, daire olduğundan alanı,  $G = \pi . r^2$  dir.

Dik dairesel silindirin iki tane tabanı vardır. Buna göre tüm alanı,

$S = Y + 2G = 2 \pi . r . h + 2 . \pi . r^2 = 2 . \pi . r (r + h)$  dir.

### ÖRNEK 3. 2

Taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 9 cm olan dik dairesel silindirin tüm alanını bulalım. ( $\pi^a 3$  alınacaktır.)

### ÇÖZÜM

Verilen dik dairesel silindirin taban yarıçapı  $r = 6$  cm, yüksekliği  $h = 9$  cm dir.

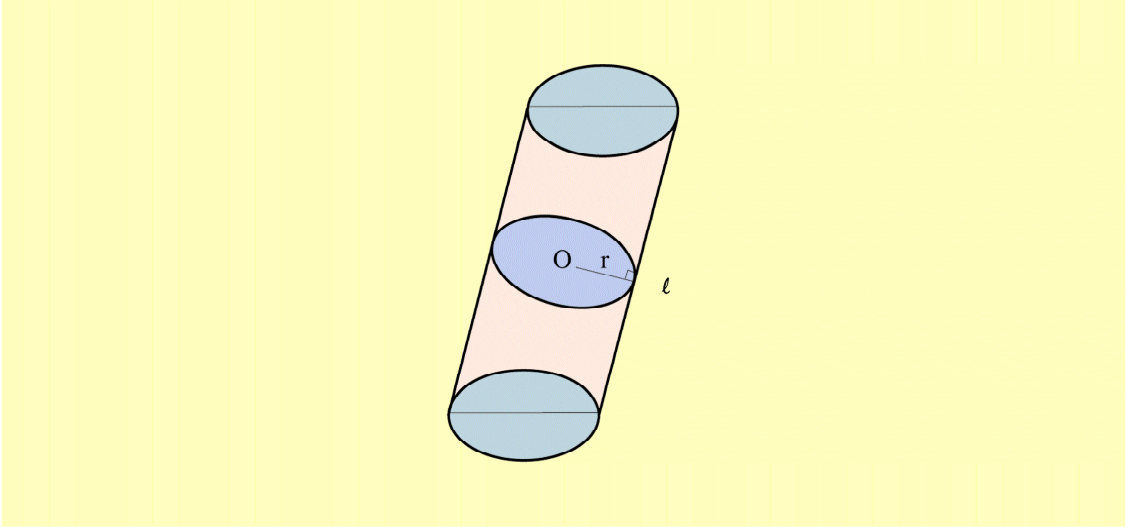
Bu dik dairesel silindirin tüm alanı,

$S = 2 \cdot \pi \cdot r (r + h)$  ifadesinden,

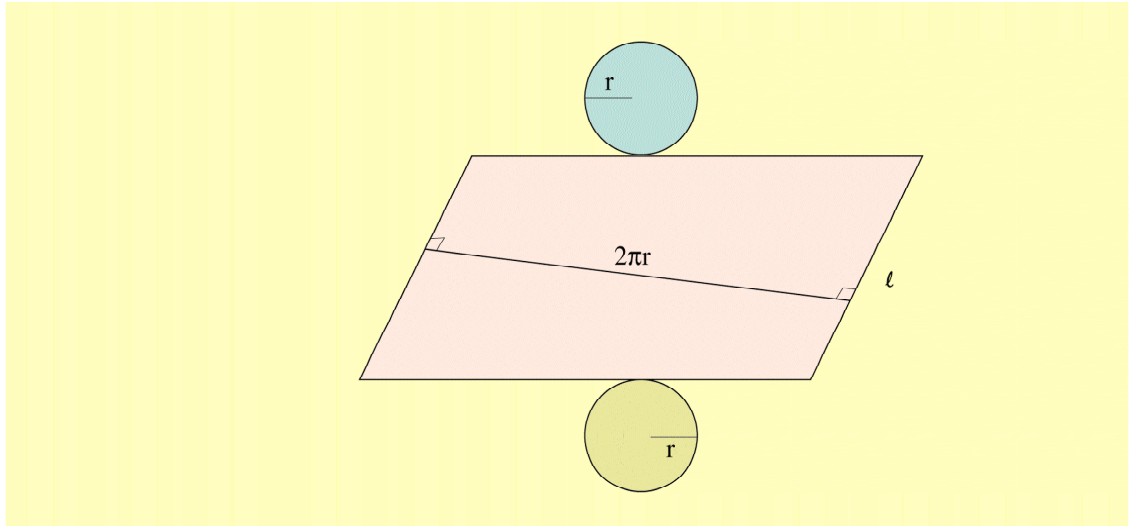
$S = 2 \cdot 3 \cdot 6 (6 + 9) = 36 (15) = 540 \text{ cm}^2$  olur.

**b. Eğik Dairesel Silindirin Alanı**

**I. Dik Kesit Yarıçapı ve Ana Doğrusu Verildiğine Göre, Eğik Dairesel Silindirin Alanı**



Şekil 3.6



Şekil 3.7

(Şekil 3. 6) da, dik kesit yarıçapı  $r$  ve ana doğrusunun uzunluğu  $l$  olan eğik dairesel silindir ile, (Şekil 3.7) de bu silindirin açılımı verilmiştir.

Eğik dairesel silindirin yanal alanı, dik kesit çevresi ile ana doğrusunun uzunluğunun çarpımına eşittir.

O halde, eğik dairesel silindirin yanal alanı;

Yanal alanı = (dik kesit dairesinin çevresi) . (ana doğrusunun uzunluğu) olarak ifade edebiliriz.

Yanal alanı  $Y$ , dik kesit dairesinin yarıçapı  $r$ , ana doğrusunun uzunluğu  $l$  olduğundan,

$$Y = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \text{ dir.}$$

Tüm alanını bulmak için, yanal alana taban alanları ilave edilir.

$$S = Y + 2G = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l + 2 \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot r (l + r) \text{ olur.}$$

### ÖRNEK 3.3

Bir dairesel eğik silindirin dik kesitinin yarıçapı 3 cm ve ana doğrusunun uzunluğu 7 cm dir. Buna göre, bu silindirin yanal alanını bulalım ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

### ÇÖZÜM

Verilen dairesel eğik silindirin dik kesitinin yarıçapı  $r = 3$  cm ve ana doğrusunun uzunluğu,  $l = 7$  cm dir.

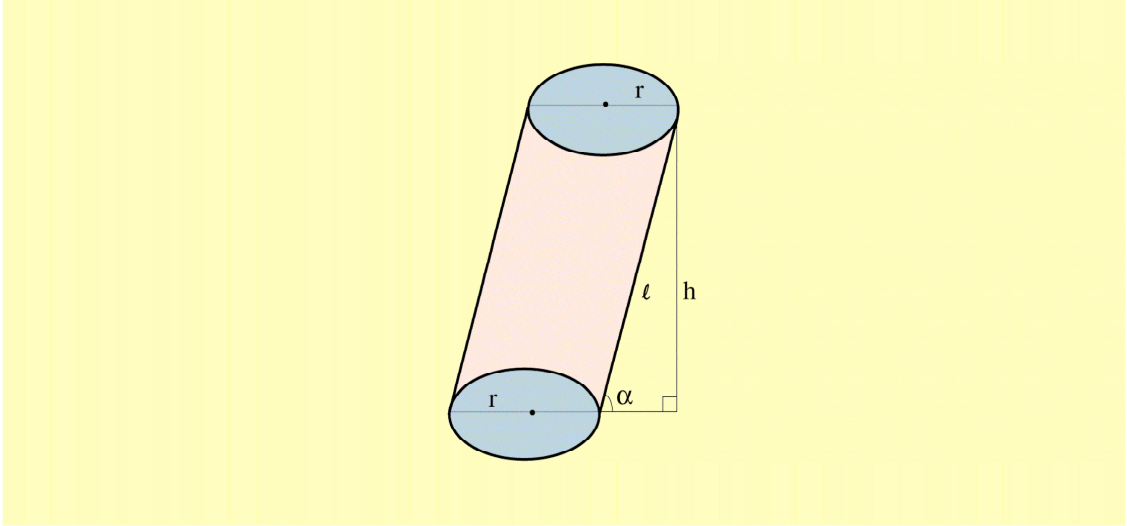
Bu dairesel eğik silindirin yanal alanı,

$$Y = 2\pi r \cdot l \text{ ifadesinden,}$$

$$Y = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 126 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$



## II. Taban Yarıçapı ve Ana Doğrusu Verildiğine Göre, Eğik Dairesel Silindirin Alanı



Şekil 3.8

(Şekil 3.8) de, eğik dairesel silindirin taban yarıçapı  $r$ , ana doğrusunun uzunluğu  $l$ , yüksekliği  $h$  ve silindirin ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $\alpha$  olsun. Buna göre,  $\sin \alpha = \frac{h}{l}$  ise,  $h = l \cdot \sin \alpha$  dır.

Dairesel dik silindir yanal alanı,

$Y = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$  olduğundan, dairesel eğik

silindirin yanal alanı,  $Y = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \sin \alpha$  dır.

Eğik dairesel silindirin tüm alanını bulmak için, yanal alana taban alanları ilave edilir. Buna göre,

$$S = 2G + Y = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \sin \mu = 2\pi \cdot r (r + l \sin \alpha) \text{ dır.}$$

### ÖRNEK 3. 4

Taban yarıçapı 2 cm, ana doğrusunun uzunluğu 6 cm olan eğik dairesel silindirin, ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $30^\circ$  dir. Buna göre, bu silindirin tüm alanını bulalım. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

### ÇÖZÜM

Verilen dairesel eğik silindirin taban yarıçapı  $r = 2$  cm, ana doğrusunun uzunluğu  $l = 6$  cm, ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $\alpha = 30^\circ$  dir.

Bu eğik dairesel silindirin tüm alanı,

$S = 2 \cdot \pi \cdot r (r + \ell \sin \alpha)$  ifadesinden,

$$S = 2 \cdot 3 \cdot 2 (2 + 6 \sin 30^\circ) = 12 (2 + 6 \cdot \frac{1}{2}) = 12 (2 + 3) = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

#### 4. DAİRESEL SİLİNDİRİN HACMI

##### a. Dik Dairesel Silindirin Hacmi

Bir prizmanın hacmi taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. Dik dairesel silindirde özel bir prizmadır.

Buna göre, bir dik dairesel silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Taban yarıçapı  $r$ , yüksekliği  $h$  olan bir dik dairesel silindirin hacmi,

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \text{ tır.}$$

##### ÖRNEK 3. 5

Taban yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 25 cm olan dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

##### ÇÖZÜM

Verilen dairesel dik silindirin, taban yarıçapı  $r = 10$  cm ve yüksekliği  $h = 25$  cm dir. Dairesel dik silindirin hacmi:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$  ifadesinden,

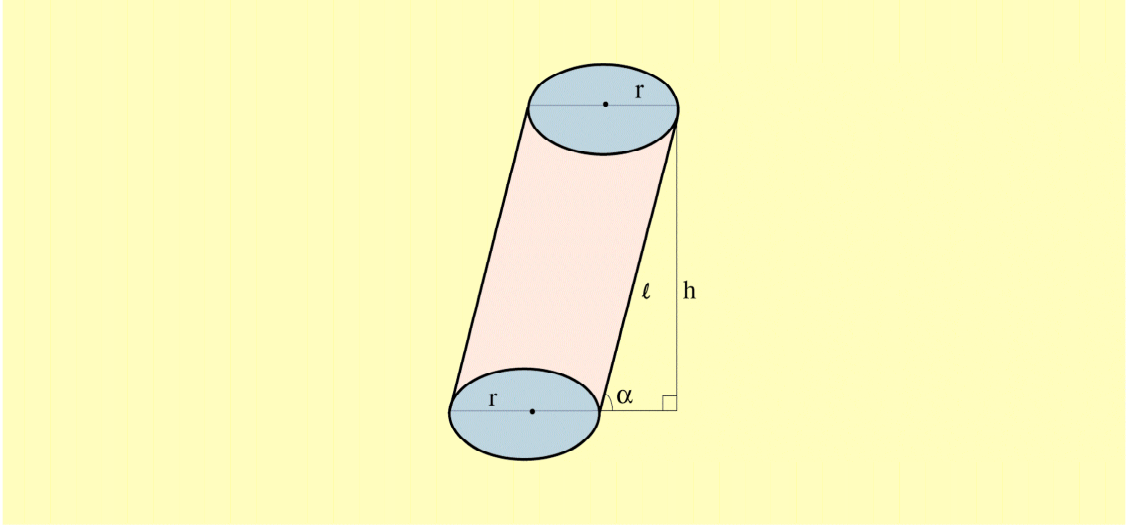
$$V = \pi \cdot (10)^2 \cdot 25 = \pi \cdot 100 \cdot 25 = 2500 \pi \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

##### b Eğik Dairesel Silindirin Hacmi

Eğik dairesel silindirin hacmi, eğik prizmada olduğu gibi.

Hacmi = (taban alanı) . (yükseklik) olarak ifade edebiliriz.  $V = G \cdot h$  dir.

Ana doğrusunun uzunluğu, taban yarıçapı  $r$ , ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açısının ölçüsü  $\alpha$  olsun. (Şekil 3.9)



Şekil 3.9

Buna göre,

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \text{ ise, } h = l \cdot \sin \alpha \text{ dır.}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \text{ ifadesinden,}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \sin \alpha \text{ dır.}$$

### ÖRNEK 3. 6

Eğik dairesel silindirin ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $30^\circ$  dir. Taban yarıçapı 4 cm ve ana doğrusunun uzunluğu 8 cm olan bu silindirin hacmini bulalım.

### ÇÖZÜM

Verilen eğik dairesel silindirin, taban düzlemi, ile ana doğrusunun yaptığı açının ölçüsü  $a = 30^\circ$  dir. Taban yarıçapı  $r = 4$  cm ve ana doğrusunun uzunluğu  $l = 8$  cm dir.

Eğik dairesel silindirin hacmi :

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \sin a \text{ ifadesinden,}$$

$$V = \pi (4)^2 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ = \pi \cdot 16 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 64 \pi \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

## 5. ÇEŞİTLİ ÖRNEKLER

### ÖRNEK 3.7

Taban yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 8 cm olan dik dairesel silindirin, tüm alanını ve hacmini bulalım. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

### ÇÖZÜM

Verilen dik dairesel silindirin taban yarıçapı  $r = 5$  cm ve yüksekliği  $h = 8$  cm dir.

Silindirin tüm alanı:  $S = 2 \cdot \pi \cdot r (r + h)$  ifadesinden,

$$S = 2 \cdot 3 \cdot 5 (5 + 8) = 30 \cdot 13 = 390 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Silindirin hacmi:  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$  ifadesinden,

$$V = 3 \cdot (5)^2 \cdot 8 = 3 \cdot 25 \cdot 8 = 600 \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

### ÖRNEK 3.8

Yanal alanı  $360 \text{ cm}^2$  ve yüksekliği 10 cm olan dik dairesel silindirin, tüm alanı ve hacmini bulalım. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

### ÇÖZÜM

Verilen dik dairesel silindirin yanal alanı  $Y = 360 \text{ cm}^2$  ve yüksekliği  $h = 10$  cm dir.

Önce taban yarıçapını bulalım.

$Y = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$  ifadesinden,

$$360 = 2 \cdot 3 \cdot r \cdot 10 ; 360 = 60 r \text{ ise, } r = 6 \text{ cm dir.}$$

Buna göre, dairesel dik silindirin;

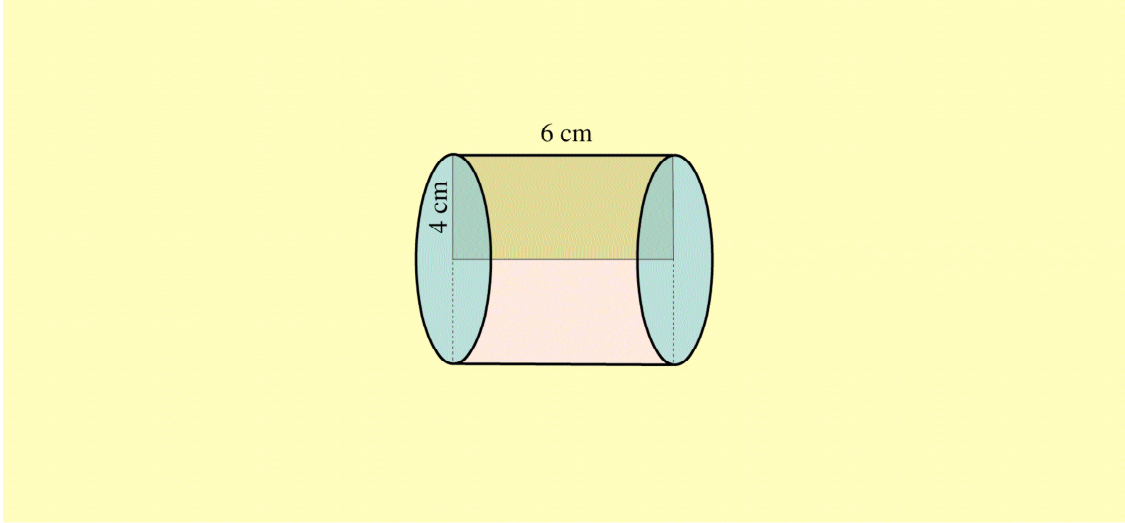
Taban alanı :  $G = \pi \cdot r^2$  ifadesinden,  $G = 3 \cdot 6^2 = 3 \cdot 36 = 108 \text{ cm}^2$  dir.

Tüm alanı:  $S = 2G + Y$  ifadesinden,  $S = 2 \cdot 108 + 360 = 216 + 360 = 576 \text{ cm}^2$  dir.

Hacmi :  $V = G \cdot h$  ifadesinden,  $V = 108 \cdot 10 = 1080 \text{ cm}^3$  olur.

**ÖRNEK 3. 9**

Ayrıtlarının uzunlukları 6 cm ve 4 cm olan dikdörtgen, uzun kenarı etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle oluşan cismin, tüm alanını ve hacmini bulalım.

**ÇÖZÜM**

Şekil 3.10

(Şekil 3. 10) daki görüldüğü gibi, ayrıt uzunlukları 6 cm ve 4 cm olan dikdörtgen, uzun kenar etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile, oluşan dik dairesel silindirin yarıçapı  $r = 4$  cm ve yüksekliği  $h = 6$  cm olur.

Buna göre, dairesel dik silindir,

Taban alanı:  $G = \pi \cdot r^2$  ifadesinden,  $G = \pi \cdot 4^2 = 16 \pi \text{ cm}^2$  dir.

Yanal alanı:  $Y = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$  ifadesinden,  $Y = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6 = 48 \pi \text{ cm}^2$  dir.

Tüm alanı:  $S = Y + 2G$  ifadesinden,  $S = 48 \pi + 2 \cdot 16 \pi = 48 \pi + 32 \pi = 80 \pi \text{ cm}^2$  dir.

Hacmi :  $V = G \cdot h$  ifadesinden,  $V = 16 \pi \cdot 6 = 96 \pi \text{ cm}^3$  olur.

**ÖRNEK 3.10**

Taban yarıçapı 7 cm olan, eğik dairesel silindirin ana doğrusunun uzunluğu 12 cm dir. Ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $30^\circ$  ise, eğik dairesel silindirin hacmini bulalım. ( $\pi = \frac{22}{7}$  alınacaktır.)

**ÇÖZÜM**

Verilen eğik dairesel silindirin, taban düzlemi ile ana doğrusunun yaptığı açının ölçüsü  $\alpha = 30^\circ$  dir. Taban yarıçapı  $r = 7$  cm ve ana doğrusunun uzunluğu  $l = 12$  cm dir.

Eğik dairesel silindirin hacmi:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \sin \alpha$  ifadesinden,

$$V = \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = 22 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 154 \cdot 6 = 924 \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK 3.11**

Yüksekliği tabanının çapına eşit olan dik dairesel silindirin hacmi  $54 \pi \text{ cm}^3$  tür. Buna göre, silindirin tüm alanını bulalım.

**ÇÖZÜM**

Verilen dairesel dik silindirin yüksekliği  $h$ , taban yarıçapı  $r$  olsun. Yüksekliği tabanının çapına eşit olduğundan,  $h = 2r$  dir.

Silindirin hacmi,  $V = 54\pi$  olarak veriliyor. Buna göre,

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$  ifadesinden,

$$54\pi = \pi \cdot r^2 \cdot 2r ; 54 = 2r^3 ; r^3 = 27 \text{ ise, } r = 3 \text{ cm dir.}$$

Silindirin tüm alanı:  $S = 2\pi r (r + h)$  ifadesinden,

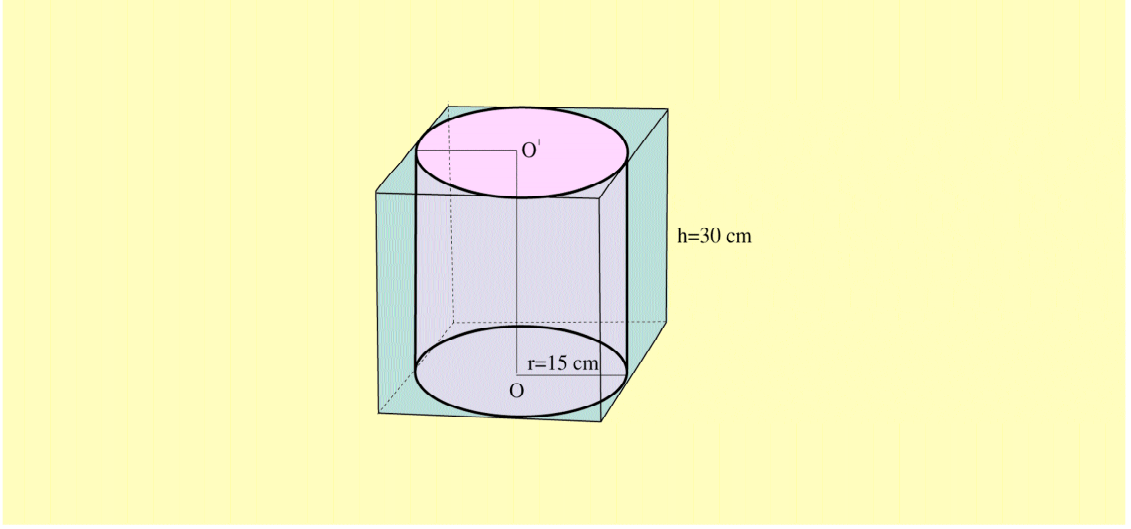
$$S = 2\pi \cdot 3 (3 + 6) = 6\pi \cdot 9 = 54 \pi \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK 3 . 12**

Bir kenarının uzunluğu 30 cm olan küp biçiminde bir tahta yontularak olabilen **en büyük hacimli** bir silindir biçimine dönüştürülüyor. Elde edilen silindirin hacmini bulalım.

**ÇÖZÜM**

Bir kenarının uzunluğu 30 cm olan küpü en büyük hacimli dairesel dik silindir haline getirmek için dairesel dik silindirin yüksekliği 30 cm ve tabanın yarıçapı 15 cm olur (Şekil 3.11).



Şekil 3.11

Buna göre, silindirin hacmi:

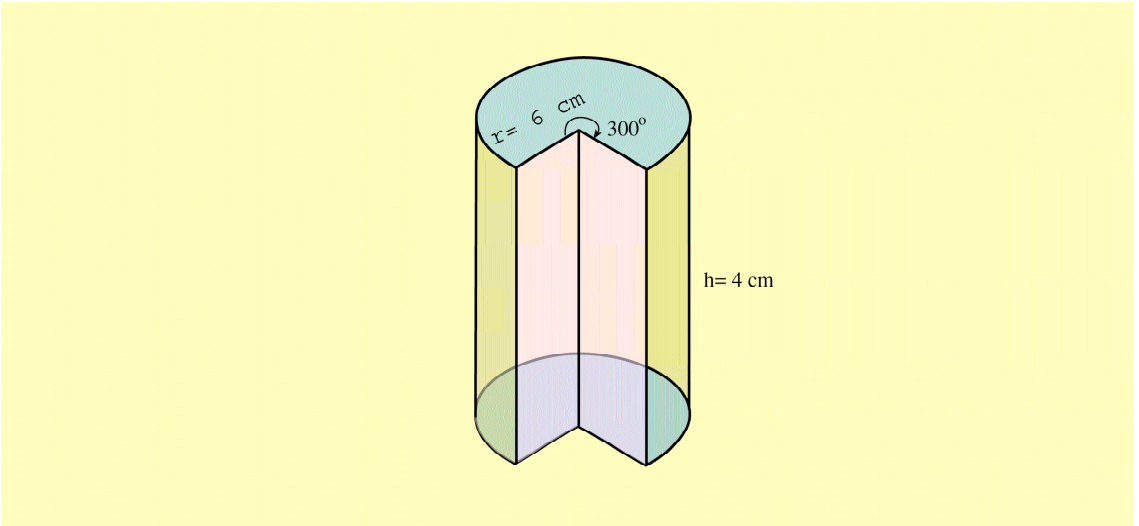
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$  ifadesinden,

$$V = \pi \cdot 15^2 \cdot 30 = \pi \cdot 225 \cdot 30 = 6750 \pi \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

### ÖRNEK 3. 13

Ayrıtlarının uzunlukları, 4 cm ve 6 cm olan bir dikdörtgen, **kısa kenarı** etrafında  $300^\circ$  döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulalım ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

### ÇÖZÜM



Şekil 3.12

Bir dikdörtgen kısa kenarı etrafında  $300^\circ$  döndürülürse, (şekil 3.12) deki gibi bir cisim oluşur. Bu cismin hacmi, yarıçapı  $r = 6$  cm ve yüksekliği  $h = 4$  cm olan, dairesel dik silindirin  $\frac{300}{360}$  katıdır.

Dairesel dik silindirin hacmi:

$$V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad \text{ifadesinden,}$$

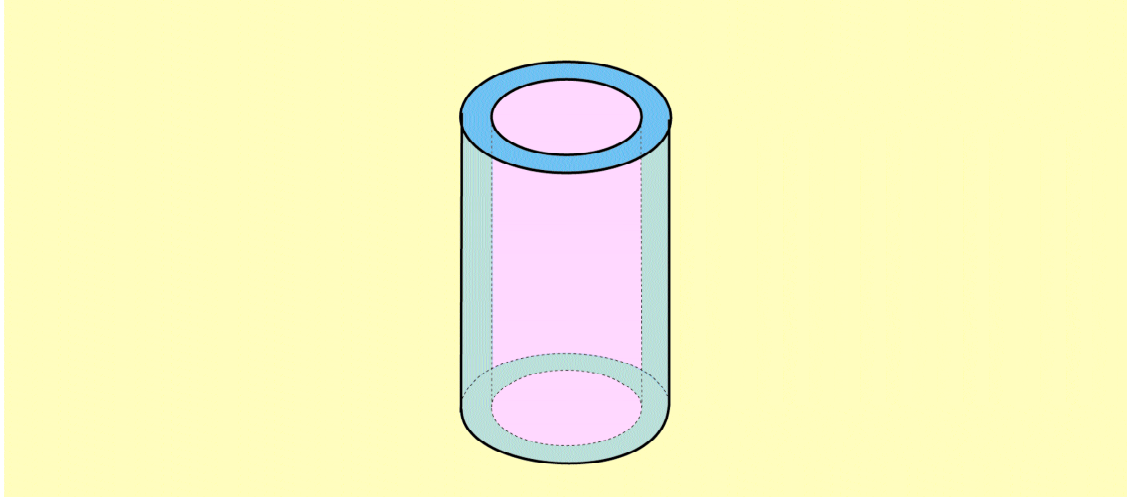
$$V_1 = 3 \cdot 6^2 \cdot 4 = 3 \cdot 36 \cdot 4 = 432 \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

$$\text{Oluşan cismin hacmi: } V = 432 \cdot \frac{300}{360} = 360 \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

### ÖRNEK 3. 14

Dış çapı 20 cm, iç çapı 16 cm ve yüksekliği 40 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir borunun dolgu kısmının hacmini bulalım. ( $\pi = 3$  alınacaktır. )

### ÇÖZÜM



Şekil 3.13

(Şekil 3.13) deki borunun dolgu kısmının hacmini bulmak için, yükseklikleri aynı olduğundan, çapı 20 cm olan dik dairesel silindirden, çapı 16 cm olan dik dairesel silindirlerin hacimleri farkı bulunur.

$$\text{Buna göre, } V = \pi \cdot r_1^2 \cdot h - \pi \cdot r_2^2 \cdot h \text{ dır.}$$

$$\text{Bu ifadeyi sadeleştirirsek, } V = \pi h (r_1^2 - r_2^2) \text{ olur.}$$

$$r_1 = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm, } r_2 = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm ve } h = 40 \text{ cm olarak veriliyor.}$$

Bu değerler verilen ifadeye yerine yazılırsa,

$$V = 3 \cdot 40 (10^2 - 8^2) = 120 (100 - 64) = 120 \cdot 36 = 4320 \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$



**ÖRNEK 3. 15**

Taban yarıçapı 6 br olan dik dairesel silindir şeklinde bir kaptaki su, yarıçapı 4 br olan dik dairesel silindir şeklindeki bir kaba boşaltılıyor. Kaplardaki su yüksekliğinin oranını bulalım.

**ÇÖZÜM**

Taban yarıçapı 6 br olan dik silindir şeklindeki bir kaptaki suyun, yüksekliği  $h_1$  olsun. Bunu, yarıçapı 4 br olan dik dairesel silindir şeklindeki bir kaba boşaltılınca suyun yüksekliği,  $h_2$  olsun. Buna göre,

Taban yarıçapı 6 br olan kabın hacmi:

$$V_1 = \pi \cdot 6^2 \cdot h_1 = 36 \pi h_1 \text{ br}^3 \text{ tür.}$$

Taban yarıçapı 4 br olan kabın hacmi:

$$V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot h_2 = 16 \pi \cdot h_2 \text{ br}^3 \text{ tür.}$$

$V_1 = V_2$  olduğundan,

$$36 \pi \cdot h_1 = 16 \pi \cdot h_2, \quad 36h_1 = 16h_2 \text{ dir.}$$

$$\text{Yüksekliklerin oranı : } \frac{h_1}{h_2} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

**ÖRNEK 3. 16**

Bir kenarının uzunluğu 12 cm olan kare şeklindeki bir levha, bükülerek dik dairesel silindir haline getiriliyor. Tabanları kapatılan bu dik dairesel silindirin hacmini bulalım ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

**ÇÖZÜM**

Bir kenarının uzunluğu 12 cm olan kare şeklindeki bir levha, bükülerek dik dairesel silindir haline getirildiğinde, karenin bir kenarının uzunluğu, dik dairesel silindirin taban çevresine eşit olur.

Önce dik dairesel silindirin taban yarıçapını bulalım.

$$Ç = 2\pi r \text{ ifadesinden,}$$

$$12 = 2 \cdot 3 \cdot r ; \quad 12 = 6r \text{ ise, } r = 2 \text{ cm dir.}$$

Elde edilen dik dairesel silindirin yüksekliği,  $h = 12$  cm olduğundan,

Dik dairesel silindirin hacmi:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \text{ ifadesinden,}$$

$$V = 3 \cdot 2^2 \cdot 12 = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$



## ÖZET

Uzayda düzlemsel bir eğri ile, bu eğrinin düzlemine paralel olmayan bir doğru alalım. Eğrinin üzerindeki her noktadan, bu doğruya paralel olarak çizilen doğruların oluşturduğu yüzeye, silindirik yüzey denir. Düzlemsel eğriye silindirik yüzeyin dayanak eğrisi denir. Verilen doğruya paralel eğri üzerindeki doğrulara da, silindirik yüzeyin ana doğrusu denir.

Dayanak eğrisi kapalı bir eğri olan, silindirik bir yüzeyin ana doğrularını kesen ve birbirine paralel iki düzlem arasında kalan cisme silindir denir. Paralel düzlemlerin silindirik yüzeyin içinde kalan parçalarına silindirin tabanları, taban düzlemleri arasındaki uzaklığa silindirin yüksekliği, taban çevrelerini birleştiren eğri yüzeye, silindirin yanal yüzeyi denir.

Ana doğruları tabanlarına dik olan silindire dik silindir, dik olmayan silindire de eğik silindir denir. Silindirler tabanlarına göre adlandırılır.

### Silindirin özellikleri

1. Tabanları birbirine eşittir.
2. Ana doğruları birbirine eş ve paraleldir.
3. Dik silindirin ana doğrusu ile yüksekliği birbirine eşittir.
4. Dik silindirin yüksekliği taban merkezlerini birleştiren doğru parçasıdır.
5. Bir silindirin ana doğrularına paralel bir düzlemlerle kesiti bir paralelkenardır. Bu kesit dik silindirde dikdörtgen olur.
6. Silindirin tabanları elips, daire gibi kapalı eğriler olup, birer prizmadır.
7. Silindirde, bir tür prizma olduğundan dairesel silindirin tabanına paralel düzlemlerle kesitleri eşittir.

Bir dik dairesel silindirin yanal alanı, taban çevresi ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

$$\text{Yanal alan} = (\text{taban çevresi}) \cdot (\text{yükseklik}),$$

$$Y = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \text{ dır.}$$

Bir dik dairesel silindirin tüm alanı, yanal alanı ile taban alanlarının toplamına eşittir.

$$S = Y + 2G = 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot r (r + h) \text{ dır.}$$

Eğik dairesel silindirin yanal alanı, dik kesit çevresi ile yan ayırıtının uzunluğunun çarpımına eşittir.

$$\text{Yanal alan} = (\text{dik kesit dairesinin çevresi}) \cdot (\text{ana doğrusunun uzunluğu}) \text{ dur.}$$

Tüm alanını bulmak için taban alanları ilave edilir.

Eğik dairesel silindirin taban yarıçapı  $r$ , ana doğrusunun uzunluğu  $\ell$ , yüksekliği  $h$  ve silindirin ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $\alpha$  olsun. Dairesel eğik silindirin yanal alanı,

$$Y = 2\pi \cdot r \cdot \ell \cdot \sin \alpha \text{ olur.}$$

Tüm alanı bulmak için yanal alana, taban alanları ilave edilir.

$$S = 2G + Y = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \ell \cdot \sin \alpha = 2\pi \cdot r (r + \ell \sin \alpha) \text{ dir.}$$

Bir dik dairesel silindirin hacmi tabanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Taban yarıçapı  $r$ , yüksekliği  $h$  olan bir dik dairesel silindirin hacmi,

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \text{ dir.}$$

Eğik dairesel silindirin hacmi = (taban alanı) . (yükseklik) dir.

Ana doğrusunun uzunluğu  $\ell$ , taban yarıçapı  $r$ , ana doğrusunun taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $\alpha$  olsun.

Buna göre, eğik dairesel silindirin hacmi,

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot \ell \cdot \sin \alpha \text{ olur.}$$

## ALİŞTIRMALAR

1. Taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 5 cm olan dik dairesel silindirin tüm alanını ve hacmini bulunuz. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)
2. Bir dik dairesel silindirin taban alanı  $16\pi$  cm<sup>2</sup> ve yüksekliği 10 cm dir. Bu dik dairesel silindirin yanal alanını ve hacmini bulunuz.
3. Yanal alanı  $80\pi$  cm<sup>2</sup> olan dik dairesel silindirin yarıçapı 5 cm dir. Bu dik dairesel silindirin tüm alanını bulunuz.
4. Tüm alanı  $64\pi$  cm<sup>2</sup> ve yanal alanı  $48\pi$  cm<sup>2</sup> olan, dik dairesel silindirin hacmini bulunuz.
5. Kenar uzunlukları a ve b olan bir dikdörtgenin kenarları etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cisimlerin hacimleri ve alanları arasında, nasıl bir bağıntının olduğunu bulunuz. Bu bağıntının dikdörtgenin a veya b kenarları etrafında 360° döndürüldüğünde, değişmeyeceğini gösteriniz.
6. Hacmi  $225\pi$  cm<sup>3</sup> olan bir dik dairesel silindirin yüksekliği 9 cm olduğuna göre, tüm alanını bulunuz.
7. Yüksekliği taban yarıçapının iki katına eşit olan, bir dik dairesel silindirin yanal alanı  $100\pi$  cm<sup>2</sup> dir. Bu dik dairesel silindirin hacmini bulunuz.
8. İç çapı 4 cm, dış çapı 6 cm ve yüksekliği 25 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki bir borunun dolgu kısmının alanını bulunuz. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)
9. Hacmi  $150\pi$  cm<sup>3</sup> olan, bir eğik dairesel silindirin taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü 30° dir. Ana doğrusunun uzunluğu 12 cm olan bu eğik dairesel silindirin tabanının yarıçapını bulunuz.
10. Bir dik dairesel silindirin yüksekliği 15 ve hacmi  $753,6$  cm<sup>3</sup> tür. Bu dik dairesel silindirin taban yarıçapı ile, tüm alanını bulunuz. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)
11. Bir dikdörtgenin bir kenarı etrafında dönmesinden elde edilen silindirin hacmi  $48\pi$  cm<sup>3</sup> ve yanal alanı  $16\pi$  cm<sup>2</sup> dir. Bu dikdörtgenin boyutlarını bulunuz.
12. Ayrıtlarının uzunlukları 6 cm ve 3 cm olan bir dikdörtgen uzun kenar etrafında 270° döndürülmesiyle oluşan cismin tüm alanını bulunuz. ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)

13. Kare tabanlı bir dik prizma, aynı yükseklikteki bir dik dairesel silindirin içine yerleştiriliyor. Karenin köşeleri, dik dairesel silindirin tabanlarının çevresi üzerindedir. Dik dairesel silindirin taban yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 10 cm dir. Dik dairesel silindir ile kare prizmanın hacimlerinin farkını bulunuz ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
14. Taban dairesinin yarıçapı 7 cm olan, bir eğik dairesel silindirin 16 cm uzunluğunda ki ana doğrusu, taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü  $30^\circ$  dir. Bu eğik dairesel silindirin hacmini bulunuz
15. Eksenden geçen kesiti kare olan bir dik dairesel silindirin hacmi  $169,56 \text{ cm}^3$  olduğuna göre, bu dik dairesel silindirin taban yarıçapı ile yüksekliğini bulunuz ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).



## TEST III

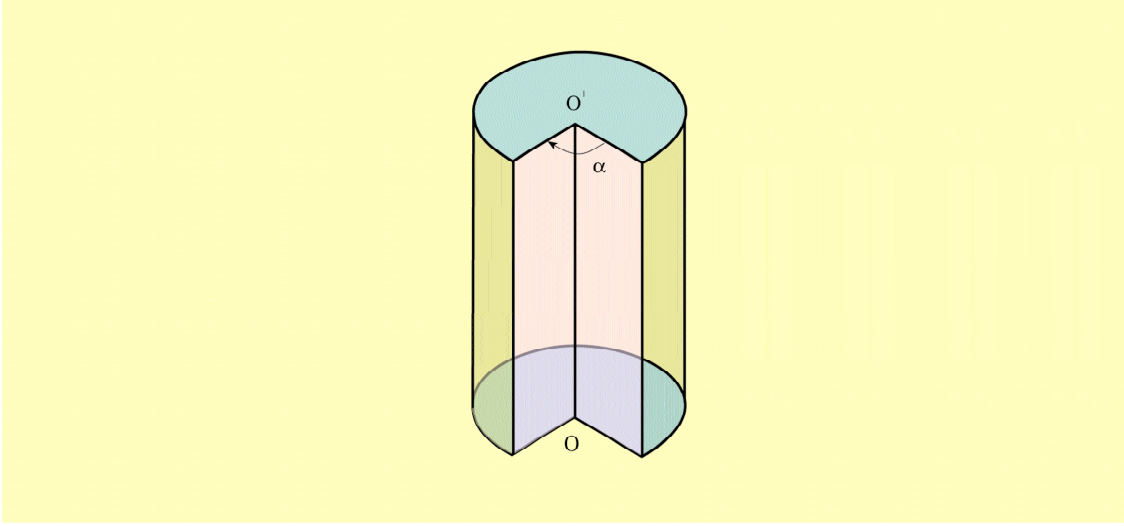
1. Taban alanı  $48 \text{ cm}^2$  ve yüksekliği  $5 \text{ cm}$  olan dik dairesel silindirin yanal alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
  - A) 108
  - B) 120
  - C) 144
  - D) 162
  
2. Bir kare dik dairesel silindirin, yanal alanı  $144 \text{ cm}^2$  ve yüksekliği  $6 \text{ cm}$  ise, bu dik dairesel silindirin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
  - A) 256
  - B) 262
  - C) 274
  - D) 288
  
3. Bir dik dairesel silindirin taban alanı, yanal alanına eşittir. Bu dik dairesel silindirin hacmi  $108 \pi \text{ cm}^3$  ise, yarıçapı kaç  $\text{cm}$  dir?
  - A) 3
  - B) 4
  - C) 6
  - D) 8
  
4. Bir dikdörtgensel bölgenin alanı  $42 \text{ cm}^2$  dir. Bu dikdörtgensel bölge, dik kenarlarından biri etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor. Oluşan cismin yanal alanı kaç  $\pi \text{ cm}^2$  dir?
  - A) 84
  - B) 126
  - C) 168
  - D) 252
  
5. Yarıçapı ile yüksekliklerinin uzunlukları eşit olan, dik dairesel silindirin yanal alanı  $216 \text{ cm}^2$  dir. Bu dik dairesel silindirin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  dür? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
  - A) 324
  - B) 432
  - C) 566
  - D) 648

6. Bir dik dairesel silindirin, taban yarıçapı 3 cm ve tüm alanı  $144 \text{ cm}^2$  ise, hacmi kaç  $\text{cm}^3$  dür? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
- A) 135  
B) 180  
C) 215  
D) 270
7. Bir dik dairesel silindirin hacmi  $352 \text{ cm}^3$  dür. Yüksekliği 7 cm olan bu dik dairesel silindirin yanal alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?
- A) 168  
B) 176  
C) 184  
D) 192
8. Eksenden geçen kesiti kare olan dik dairesel silindirin hacmi  $162 \text{ cm}^3$  ise, tüm alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
- A) 144  
B) 158  
C) 162  
D) 176
9. Uzun kenarı kısa kenarının 3 katı olan dikdörtgen levha kısa kenarı etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmi  $216 \text{ cm}^3$  ise, dikdörtgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
- A) 9  
B) 12  
C) 15  
D) 18
10. Bir airtının uzunluğu 10 cm olan bir küpün içine, tüm yüzlerine teğet olacak şekilde yerleştirilen dik dairesel silindirin hacmi kaç  $\pi \text{ cm}^3$  dür?
- A) 150  
B) 200  
C) 250  
D) 300

11. Birinin taban yarıçapı diğerinin 3 katı olan, iki dik dairesel silindirin hacimleri eşit ise, yükseklikleri oranı kaçtır?
- A) 3  
B) 6  
C) 9  
D) 12
12. Taban düzlemi ile  $30^\circ$  lik bir açı yapan eğik dairesel silindirin ana doğrusunun uzunluğu 12 cm dir. Bu eğik dairesel silindirin hacmi  $96\pi \text{ cm}^3$  ise, taban yarıçapı kaç cm dir?
- A) 3  
B) 4  
C) 5  
D) 6
13. Yanal alanı  $240 \text{ cm}^2$  olan bir dik dairesel silindirin taban yarıçapı 5 cm ise, hacmi kaç  $\text{cm}^3$  dür? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır).
- A) 520  
B) 560  
C) 580  
D) 600
14. Yanal alanları eşit olan iki dik dairesel silindirin, birinin taban yarıçapı, diğerinin taban yarıçapının 2 katıdır. Buna göre, bu dik dairesel silindirlerin yüksekliklerinin oranı kaçtır?
- A) 2  
B) 4  
C) 6  
D) 8



15. (Şekil 3. 14) deki gibi dik dairesel silindirden, tabanın merkezi açının köşesi olmak üzere,  $\alpha$  açısı kadar bir parça kesiliyor. Kesilen parçanın hacminin dik dairesel silindirin hacmine oranı  $\frac{1}{6}$  ise,  $\alpha$  açısının ölçüsü kaç derecedir?



Şekil 3. 14

- A) 30  
B) 45  
C) 60  
D) 72
16. Hacimleri eşit iki dairesel silindirin birinin yarıçapı 5 cm, yüksekliği 12 cm dir. Diğerinin yarıçapı 10 cm ise, yüksekliği kaç cm dir?
- A) 2  
B) 3  
C) 4  
D) 5
17. Yüksekliği yarıçapının 4 katı olan dik dairesel silindirin tüm alanı  $750 \text{ cm}^2$  dir. Bu dik dairesel silindirin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür? ( $\pi \approx 3$  alınacaktır.)
- A) 1200  
B) 1300  
C) 1400  
D) 1500

18. Dik dairesel silindirin taban yarıçapı 7 cm, yüksekliği taban çevresinin  $\frac{1}{4}$  ü olan, dik dairesel silindirin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür? ( $\pi \approx \frac{22}{7}$  alınacaktır).
- A) 1596  
B) 1632  
C) 1648  
D) 1694
19. Bir dik dairesel silindirin yarıçapı ve yüksekliği %10 artırılsa, hacmi yüzde kaç artar?
- A) 12,1  
B) 23,4  
C) 33,1  
D) 43,2
20. Bir dik dairesel silindirin taban alanı, yanal alanına eşittir. Bu dik dairesel silindirin yarıçapı, yüksekliğinin kaç katıdır?
- A)  $\frac{3}{2}$   
B) 2  
C)  $\frac{5}{2}$   
D) 3