



## ÜNİTE I.

# ANALİTİK DÜZLEM

1. GİRİŞ
2. SAYI DOĞRUSU
3. ANALİTİK DÜZLEM
4. İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK
5. BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASININ KOORDİNATLARI
6. BİR DOĞRU PARÇASINI, VERİLEN BİR ORANDA BÖLEN NOKTALARIN KOORDİNATLARI
7. ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİ
8. ÜÇGENİN ALANI
9. ÖZET
10. ALIŞTIRMALAR
11. DEĞERLENDİRME TESTİ - I

**BU BÖLÜMÜN AMAÇLARI**

- \* Analitik düzlemin noktaları ile reel sayı ikilileri arasındaki ilişkiyi kavrayacak,
- \* Koordinatları verilen bir noktayı, analitik düzlemde bulup işaretleyebilecek,
- \* Koordinatları verilen iki nokta arasındaki uzaklığı bulabilecek,
- \* Uç noktalarının koordinatları verilen bir doğru parçasının, orta noktasının koordinatlarını bulabilecek,
- \* Köşelerinin koordinatları verilen üçgen ve çokgenlerin kenar uzunluklarını, kenarların orta noktalarının koordinatlarını bulabilecek,
- \* Köşelerinin koordinatları verilen bir üçgenin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulabilecek,
- \* Köşelerinin koordinatları verilen bir üçgenin veya dörtgenin alanını hesaplayabileceksiniz.

**NASIL ÇALIŞMALIYIZ?**

- \* Analitik geometri konularını daha iyi öğrenebilmek için “Denklemler ve Doğru Grafikleri” ile “Harfli İfadeler ve Denklemler” konusunun yeniden gözden geçiriniz.
- \* Ders konularını çalışırken konu ile ilgili “Neden? Niçin?” sorularına cevap arayarak çalışınız.
- \* Konuları pekiştirmeden sonraki konulara geçmeyiniz.
- \* Elinizdeki yardımcı kitaplardan faydalanınız.
- \* Her bölümün sonunda verilen alıştırmaya ve değerlendirme testlerini çözünüz.

## I. ÜNİTE

### ANALİTİK DÜZLEM

#### 1. GİRİŞ



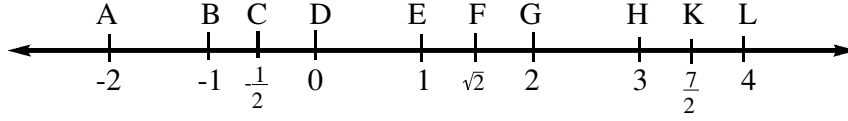
Nokta, doğru, eğri, yüzey ve düzlem gibi geometrinin temel kavramlarını, cebirsel işlemler yardımıyla inceleyen bilim dalına **analitik geometri** adı verilir.

**Geometrinin en temel kavramı noktadır.** Çünkü, bütün geometrik şekilleri, bir noktalar kümesi olarak düşünebiliriz. Bir noktanın sayı veya sayılarla temsil edilmesi düşüncesi, geometride koordinat kavramının doğmasına neden olmuştur. Koordinatlar yardımıyla geometrik kavram ve bunların özelliklerini cebirsel yoldan açıklamak mümkün olmaktadır.

#### 2. SAYI DOĞRUSU



Sayılarla noktalar arasında, birebir eşleme yapılmış, yönlendirilmiş doğruya **sayı doğrusu** denir. (Şekil 1.1)



Şekil 1.1.



Sayı doğrusu üzerindeki her nokta bir reel sayıya, her reel sayı da bir noktaya karşılık gelir.

#### 3. ANALİTİK DÜZLEM



Bir düzlemde, birbirini dik kesen iki sayı doğrusu düşünelim. Sayı doğrularının kesim noktasına, **başlangıç noktası** (orijin) denir.



Yatay olan sayı doğrusuna, **apsis eksen** ( $x$  eksen), düşey olan sayı doğrusuna, **ordinat eksen** ( $y$  eksen) denir. 0 başlangıç noktası ile eksenlerden oluşan sisteme, **dik koordinat sistemi** denir.



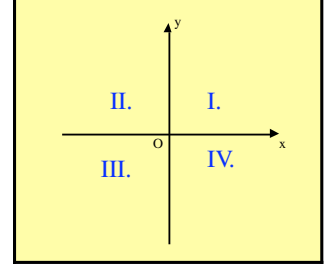
Koordinat sistemi ile donatılmış olan düzleme, **koordinat düzlemi** veya **analitik düzlem** denir.



Analitik düzlemde her noktaya, bir  $(x, y)$  reel sayı ikilisi karşılık gelir. Buna verilen **noktanın koordinatları** denir.

Koordinat eksenleri, düzlemi dört bölgeye ayırır. Bu dört bölgeye ait her nokta için,  $x$  ve  $y$  bileşenlerinin işaretlerini inceleyelim (Şekil 1.2).

- I. bölgede :  $x$  pozitif,  $y$  pozitif  
 II. bölgede :  $x$  negatif,  $y$  pozitif  
 III. bölgede :  $x$  negatif,  $y$  negatif  
 IV. bölgede :  $x$  pozitif,  $y$  negatiftir.



Şekil 1.2



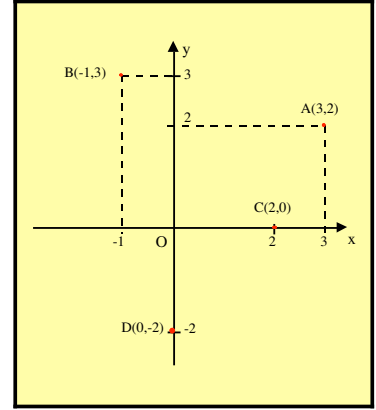
Seçilen her  $(x, y)$  reel sayı ikilisine analitik düzlemde bir ve yalnız bir nokta karşılık gelir.

### ÖRNEK 1

$A(3, 2)$ ,  $B(-1, 3)$ ,  $C(2, 0)$ ,  $D(0, 2)$  noktasını analitik düzlemde gösterelim.

### ÇÖZÜM 1

Şekil 1.3'te verilen  $A(3, 2)$ ,  $B(-1, 3)$ ,  $C(2, 0)$  ve  $D(0, -2)$  noktaları analitik düzlemde gösterilmiştir.



Şekil 1.3

### ÖRNEK 2

$(x, y-2)$  ve  $(3-2x, 2y-4)$  reel sayı ikililerinin analitik düzlemde aynı noktayı göstermesi için,  $x$  ve  $y$  nin kaç olduğunu bulalım.

### ÇÖZÜM 2

Reel sayı ikililerinin analitik düzlemde aynı noktayı göstermesi için, reel sayı ikililerin birinci bileşeni, birinci bileşenine ikinci bileşeni, ikinci bileşenine eşit olmalıdır.

$$x = 3 - 2x$$

$$x + 2x = 3$$

$$3x = 3$$

$$x = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$y - 2 = 2y - 4$$

$$y - 2y = -4 + 2$$

$$-y = -2$$

$$y = 2 \text{ olmalıdır.}$$

## ÖRNEK 3

Analistik düzlemde, I. bölge =  $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ ve } x > 0, y > 0\}$  şeklinde bir küme olarak ifade edilmiştir. Buna göre, III. bölgenin bir küme olarak nasıl ifade edileceğini bulalım.

## ÇÖZÜM 3

III. Bölge =  $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ ve } x < 0, y < 0\}$  kümesi olarak ifade edilir.



## 4. İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK

Analistik düzlemde verilen A ve B noktaları için, AB doğru parçasının uzunluğuna, A noktası ile B noktası arasındaki uzaklık denir ve  $|AB|$  şeklinde gösterilir.

Şekil 1.4 te A  $(x_1, y_1)$  ve B  $(x_2, y_2)$  noktaları verilmiştir. Bu iki nokta arasındaki uzaklığı bulalım.

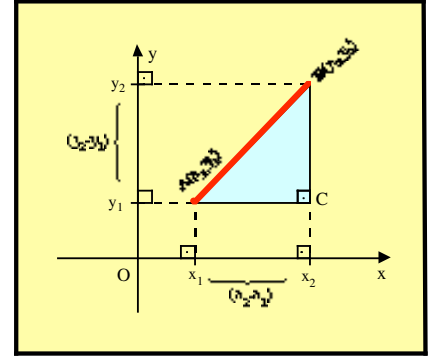
ABC dik üçgeninde;

$$|AC| = x_2 - x_1, \quad |BC| = y_2 - y_1 \text{ dir.}$$

Pisagor teoremine göre,

$$|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2} \text{ olduğundan,}$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ olur.}$$



Şekil 1.4



**Koordinatları verilen iki nokta arasındaki uzaklık, bu noktaların apsiler farkı ile ordinatlar farkının kareleri toplamının kareköküne eşittir.**

## ÖRNEK 4

A  $(2, 1)$  ve B  $(-1, 5)$  noktaları veriliyor.  $|AB|$  nin uzunluğunun kaç birim olduğunu bulalım.

## ÇÖZÜM 4

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (5 - 1)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{9 + 16}$$

$$|AB| = \sqrt{25} = 5 \text{ birim olur.}$$

## ÖRNEK 5

A (1,4) ve B(4, k) noktaları veriliyor.  $|AB| = 5$  birim olması için k'nın değerinin kaç olduğunu bulalım.

## ÇÖZÜM 5

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(4 - 1)^2 + (k - 4)^2}$$

$$5 = \sqrt{(3)^2 + (k - 4)^2}$$

$$25 = 9 + (k - 4)^2$$

$$(k - 4)^2 = 25 - 9$$

$$(k - 4)^2 = 16$$

$$k - 4 = \pm 4 \text{ eşitliğinden,}$$

$$k_1 = 0 \text{ veya } k_2 = 8 \text{ olur.}$$



## 5. BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASININ KOORDİNATLARI

Bir AB doğru parçası verilmiş olsun. C noktası AB doğru parçası üzerinde ve  $|AC| = |CB|$  ise C noktasına, **AB doğru parçasının orta noktası** denir.

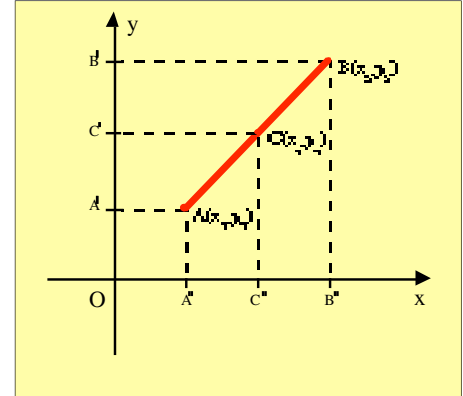
A  $(x_1, y_1)$ , B  $(x_2, y_2)$  ve  $[AB]$  nin orta noktası C  $(x_0, y_0)$  olsun. Şekil 1.5' te  $A''ABB''$  dörtgeni  $[A''A] \parallel [B''B]$  olduğundan bir yamuktur.  $[C''C]$  bu yamuğun orta tabanıdır. Orta taban, tabanlar toplamının yarısına eşit olacağından,

$$|C''C| = \frac{|A''A| + |B''B|}{2} \text{ dir.}$$

$$|C''C| = x_0, \quad |A''A| = x_1 \text{ ve}$$

$$|B''B| = x_2 \text{ olduğundan, } x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ dir.}$$

$$\text{Aynı şekilde } y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ olur.}$$



Şekil 1.5



Uç noktaları  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  olan AB doğru parçasının orta noktası olan

C noktasının koordinatları:  $C \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$  dir.

## ÖRNEK 6

Uç noktaları A (-1, 4) ve B (5, -2) olan  $[AB]$  nin orta noktası olan C noktasının koordinatlarını bulalım.

## ÇÖZÜM 6

C noktasının koordinatları C  $(x_0, y_0)$  olsun.

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ olduğundan, } x_0 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ dir.}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ olduğundan, } y_0 = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ dir.}$$

O halde, C (2, 1) olur

**ÖRNEK 7**

A (1, 2) ve C(2, 3) noktaları veriliyor. AB doğru parçasının orta noktası C olduğuna göre, B noktasının koordinatlarını bulalım.

**ÇÖZÜM 7**

B noktasının koordinatları B ( $x_2, y_2$ ) olsun.

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ olduğundan, } 2 = \frac{1 + x_2}{2} \text{ ise, } x_2 = 4 - 1 = 3 \text{ tür.}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ olduğundan, } 3 = \frac{2 + y_2}{2} \text{ ise, } y_2 = 6 - 2 = 4 \text{ tür. O halde, B (3, 4) olur.}$$

## 6. BİR DOĞRU PARÇASINI, VERİLEN BİR ORANDA BÖLEN NOKTALARIN KOORDİNATLARI

**I. İçten Bölme**

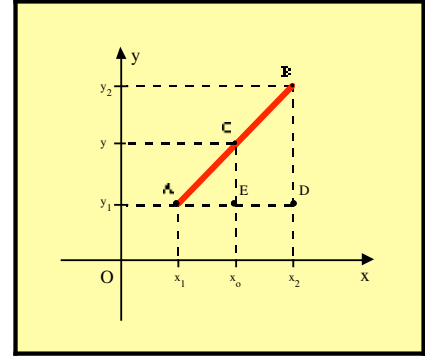
A ( $x_1, y_1$ ) ve B ( $x_2, y_2$ ) noktaları ve C ( $x_0, y_0$ ) noktası AB doğru parçasının üzerinde ve arasında olsun (Şekil 1.6).

$$\frac{|CA|}{|CB|} = k \text{ ise } \frac{|CA|}{|CB|} = \frac{|AE|}{|ED|} = \frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_0} = k \text{ dir.}$$

$$k(x_2 - x_0) = x_0 - x_1 \quad x_0 + kx_0 = x_1 + kx_2$$

$$kx_2 - kx_0 = x_0 - x_1 \quad x_0(1 + k) = x_1 + kx_2$$

$$x_0 = \frac{x_1 + kx_2}{1 + k} \text{ olur. Aynı şekilde } y_0 = \frac{y_1 + ky_2}{1 + k} \text{ bulunur.}$$



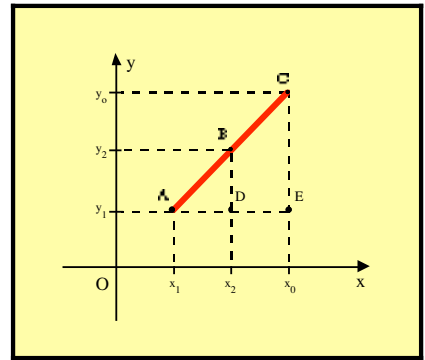
Şekil 1.6

Uç noktaları A ( $x_1, y_1$ ) ve B ( $x_2, y_2$ ) olan AB doğru parçasını verilen bir k oranında içten bölen C noktasının koordinatları:  $C \left( \frac{x_1 + kx_2}{1 + k}, \frac{y_1 + ky_2}{1 + k} \right)$  dir.

**II. Dıştan Bölme**

A ( $x_1, y_1$ ) ve B ( $x_2, y_2$ ) noktaları ve C ( $x_0, y_0$ ) noktası AB doğru parçasının uzantısında ve dışında olsun (Şekil 1.7).

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{|AE|}{|DE|} = \frac{x_0 - x_1}{x_0 - x_2} = k$$



Şekil 1.7

$$k(x_0 - x_2) = x_0 - x_1 \quad x_0 - kx_0 = x_1 - kx_2$$

$$kx_0 - kx_2 = x_0 - x_1 \quad x_0(1 - k) = x_1 - kx_2$$

$$x_0 = \frac{x_1 - kx_2}{1 - k} \text{ olur. Aynı şekilde } y_0 = \frac{y_1 - ky_2}{1 - k} \text{ bulunur.}$$



Uç noktaları A ( $x_1, y_1$ ) ve B ( $x_2, y_2$ ) olan AB doğru parçasını verilen bir k oranında dıştan bölen C noktasının koordinatları  $C\left(\frac{x_1 - kx_2}{1 - k}, \frac{y_1 - ky_2}{1 - k}\right)$  dir .

### ÖRNEK 8

Uç noktaları A(0, 4) ve B(6, 1) olan AB doğru parçasını  $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{1}{3}$  oranında içten bölen C noktasının koordinatlarını bulalım.

### ÇÖZÜM 8

C noktasının koordinatları C ( $x_0, y_0$ ) olsun.

$$x_0 = \frac{x_1 + kx_2}{1 + k} \text{ olduğundan,} \quad x_0 = \frac{0 + \frac{1}{3} \cdot 6}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{4}{3}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + ky_2}{1 + k} \text{ olduğundan,} \quad y_0 = \frac{4 + \frac{1}{3} \cdot 1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{4 + \frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{13}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{13}{4} \text{ tür.}$$

O halde,  $C\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$  olur.

### ÖRNEK 9

Uç noktaları A(1, 5) ve B (3, 6) olan AB doğru parçasını dıştan  $\frac{2}{3}$  oranında bölen C noktasının koordinatlarını bulalım.

### ÇÖZÜM 9

C noktasının koordinatları C( $x_0, y_0$ ) olsun

$$x_0 = \frac{x_1 - kx_2}{1 - k} \text{ olduğundan,} \quad x_0 = \frac{1 - \frac{2}{3} \cdot 3}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1 - 2}{\frac{1}{3}} = \frac{-1}{\frac{1}{3}} = -3 \text{ tür.}$$

$$y_0 = \frac{y_1 - ky_2}{1 - k} \text{ olduğundan,} \quad y_0 = \frac{5 - \frac{2}{3} \cdot 6}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{5 - 4}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ tür.}$$

O halde, C (-3, 3) olur.





## 7. ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİ

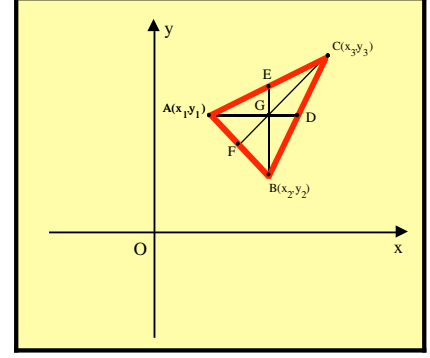
Bir üçgenin üç kenarortayı bir noktada kesişir. Bu noktaya **üçgenin ağırlık merkezi** denir.

Köşelerinin koordinatları  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  olan üçgenin ağırlık merkezi  $G(x_0, y_0)$  olsun (Şekil 1.8)

G noktasının koordinatlarını bulmak için üçgenin  $[AD]$  kenarortayını çizelim. D noktası,  $[BC]$  nin orta noktası olduğundan koordinatları:

$$D \left( \frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right) \text{ dir.}$$

Bir üçgende kenarortayların kesim noktasının üçgenin köşesine olan uzaklığının oranı  $\frac{2}{3}$  dür.



Şekil 1.8

$$\text{Buna göre, } \frac{|AG|}{|AD|} = \frac{2}{3} \text{ olacağından, } \frac{|AG|}{|GD|} = \frac{2}{1} = 2 \text{ dir.}$$

$$\text{Bu durumda, } x_0 = \frac{x_1 + 2 \left( \frac{x_2 + x_3}{2} \right)}{1+2} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \text{ tür.}$$

$$\text{Aynı şekilde, } y_0 = \frac{y_1 + 2 \left( \frac{y_2 + y_3}{2} \right)}{1+2} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \text{ bulunur.}$$



Köşelerinin koordinatları  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  olan üçgenin G ağırlık merkezinin koordinatları :  $G \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$  tür.

### ÖRNEK 10

Köşelerinin koordinatları  $A(3,0)$ ,  $B(4,1)$  ve  $C(2,5)$  olan ABC üçgeninin kenar ortaylarının kesim noktasının (ağırlık merkezinin) koordinatlarını bulalım.

### ÇÖZÜM 10

Verilen üçgenin ağırlık merkezinin koordinatları  $G(x_0, y_0)$  olsun.

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \text{ olduğundan } x_0 = \frac{3 + 4 + 2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ tür.}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \text{ olduğundan } y_0 = \frac{0 + 1 + 5}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ dir.}$$

O halde,  $G(3, 2)$  olur.

## 8. ÜÇGENİN ALANI

Köşelerinin koordinatları  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  olan  $ABC$  üçgeninin alanını bulalım.

Şekil 1.9 da  $[BB'] \parallel [AA'] \parallel [CC']$  ve

$[AA'] \perp [B'C']$ ,  $[CC'] \perp [B'C']$  olduğunda

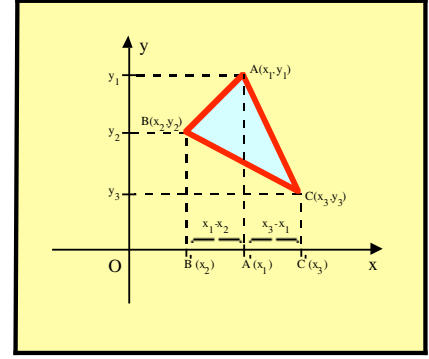
$AA'B'B$ ,  $AA'C'C$  ve  $BB'C'C$

dörtgenleri birer dik yamuktur.

$[AA']$ ,  $[BB']$  ve  $[CC']$  bu dik yamukların tabanlarıdır.

$[A'B']$ ,  $[A'C']$  ve  $[B'C']$  ise

bu dik yamukların yükseklikleridir.



Şekil 1.9

Yamüğün alan formülünden yararlanarak

$$A(ABC) = A(AA'B'B) + A(AA'C'C) - A(BB'C'C)$$

$$A(ABC) = \frac{(y_1 + y_2)(x_1 - x_2)}{2} + \frac{(y_1 + y_3)(x_3 - x_1)}{2} - \frac{(y_2 + y_3)(x_3 - x_2)}{2}$$

$$A(ABC) = \frac{x_1y_1 - x_2y_1 + x_1y_2 - x_2y_2 + x_3y_1 - x_1y_1 + x_3y_3 - x_1y_3 - x_3y_2 + x_2y_2 - x_3y_3 + x_2y_2}{2}$$

$$A(ABC) = \frac{-x_2y_1 + x_1y_2 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_3y_2 + x_2y_3}{2}$$

$$A(ABC) = \frac{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}{2}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)| \text{ bulunur.}$$



**Köşelerinin koordinatları  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  olan**

**$ABC$  üçgeninin alanı,  $A(ABC) = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$  dir.**

**Alan daima pozitif olacağı için, ifade mutlak değer içine alınmıştır.**



$A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  noktaları için;

$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$  ise, A,B ve C noktaları doğrusaldır.

### ÖRNEK 11

Köşelerinin kordinatları  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 3)$  ve  $C(-1, 5)$  olan üçgenin alanının kaç birim kare olduğunu bulalım.

### ÇÖZÜM 11

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |1(3 - 5) + 2(5 - 2) + (-1)(2 - 3)|$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |(-2 + 6 + 1)| = \frac{1}{2} (5) = \frac{5}{2} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

### ÖRNEK 12

Köşelerinin koordinatları  $A(a, 1)$ ,  $B(2, 3)$  ve  $C(a + 1, 5)$  olan üçgenin alanının 5 birim kare olması için,  $a$  nın alacağı değerleri bulalım.

### ÇÖZÜM 12

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

$$5 = \frac{1}{2} |a(3 - 5) + 2(5 - 1) + (a + 1)(1 - 3)|$$

$$10 = |-2a + 8 - 2a - 2|$$

$$10 = |-4a + 6| \text{ eşitliğinde mutlak değer olduğundan, işlem pozitif ve}$$

negatif değerler için iki farklı biçimde çözülmüştür.

$$-4a + 6 = -10$$

$$-4a = -16$$

$$a = 4 \text{ olur.}$$

$$-4a + 6 = +10$$

$$-4a = 10 - 6$$

$$-4a = 4$$

$$a = -1 \text{ olur.}$$



## ÖZET

\* **Analitik geometri:** Geometrinin temel kavramlarını, cebirsel işlemler yardımıyla inceleyen matematiğin bir koludur.

\* **Sayı doğrusu:** Sayılarla, noktalar arasında birebir eşleme yapılmış doğruya, **sayı doğrusu** denir. Sayı doğrusu üzerindeki her nokta, bir reel sayıya karşılık gelir.

\* **Analitik düzlem:** Bir düzlem üzerindeki 0 noktasında birbirini dik kesen, iki yönlendirilmiş sayı doğrusudur. 0 noktasına **orijin**, yatay olan sayı doğrusuna **apsis eksen**, düşey olan sayı doğrusuna **ordinat eksen** denir. Analitik düzlemde, her noktaya bir  $(x, y)$  reel sayı ikilisi karşılık gelir. Buna, verilen noktanın **koordinatları** denir.

\* **İki nokta arasındaki uzaklık:** Koordinatları verilen iki nokta arasındaki uzaklık, bu noktaların apsiler farkı ile ordinatlar farkının kareleri toplamının kareköküne eşittir.

$A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktaları arasındaki uzaklık  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$  dir.

\* **Bir doğru parçasının orta noktasının koordinatı:** Uç noktaları  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  olan bir AB doğru parçasının orta noktası **C** ise

C noktasının koordinatları,  $C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$  dir.

\* **Bir doğru parçasını verilen bir oranda bölen noktaların koordinatları**

**I.** Uç noktaları  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  olan AB doğru parçasını verilen bir **k** oranında içten bölen nokta **C** ise

C noktasının koordinatları,  $C\left(\frac{x_1 + kx_2}{1 + k}, \frac{y_1 + ky_2}{1 + k}\right)$  dir.

**II.** Uç noktaları  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  olan AB doğru parçasını verilen bir **k** oranında dıştan bölen nokta **C** ise

C noktasının koordinatları,  $C\left(\frac{x_1 - kx_2}{1 - k}, \frac{y_1 - ky_2}{1 - k}\right)$  dir.

\* **Üçgenin ağırlık merkezi :** Bir üçgende üç kenarortayın kesiştiği noktaya, **üçgenin ağırlık merkezi** denir.

Köşelerinin koordinatları  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  olan bir üçgenin ağırlık merkezi  $G(x_0, y_0)$  ise

G noktasının koordinatları  $G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$  tür.

\* **Üçgenin alanı:** Köşelerinin koordinatları  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ve  $C(x_3, y_3)$  olan

ABC üçgenin alanı

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)| \text{ birim karedir.}$$



## ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıda koordinatları verilen noktaları analitik düzlemde gösteriniz.  
 A(1, 2)  
 B (2, 3)  
 C (-1, 3)  
 D (3, 2)  
 E (-1, -2)  
 F (5, 0)  
 G (0, -3)  
 O (0, 0)
2. Birinci bileşeni sıfır olan reel sayı ikililerinin kümesi, analitik düzlemde neyi gösterir?
3. Aşağıdaki noktalar arasındaki uzaklıkları bulunuz.
  - a. A(1, 2), B (3, 4)
  - b. C (-1, 3), D (0, 2)
  - c. E (0, 3), F (3, 0)
  - d. G (4, 1), H (2, 1)
4. Köşelerinin koordinatları  $A(4, 3)$ ,  $B(-3\sqrt{3}, 4\sqrt{3})$  ve  $C(-4, -3)$  olan ABC üçgenin eşkenar üçgen olduğunu gösteriniz.
5. Köşelerinin koordinatları  $A(3, 2)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(-3, 2)$  ve  $D(0, -1)$  olan dörtgenin, eşkenar dörtgen olduğunu gösteriniz. Bu dörtgeni analitik düzlemde çiziniz.
6.  $A(3, 7)$  ve  $B(7, 11)$  noktaları veriliyor. AB doğru parçasını dört eş parçaya bölen C, D ve E noktalarının koordinatlarını bulunuz.
7. Uç noktaları  $A(2, 2)$  ve  $B(-3, 6)$  olan doğru parçasını  $\frac{1}{3}$  oranında içten ve dıştan bölen noktaları bulunuz.
8. Köşelerinin koordinatları  $A(5, -8)$ ,  $B(3, 0)$  ve  $C(2, 4)$  olan, ABC üçgeninin G ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.
9. Köşelerinin koordinatları  $A(3, 1)$ ,  $B(1, -3)$  ve  $C(2, 4)$  olan, üçgenin alanını bulunuz.
10. Köşelerinin koordinatları  $A(-4, 4)$ ,  $B(-1, -2)$ ,  $C(5, 0)$  ve  $D(2, 3)$  olan ABCD dörtgeninin alanını hesaplayınız. Bu dörtgenin çizimini analitik düzlemde yapınız.



## DEĞERLENDİRME TESTİ I

1. x ekseninde, apsisi  $-2 < x \leq 6$  şartını sağlayan ve koordinatları tam sayı olan kaç nokta vardır?  
 A) 6                      B) 7                      C) 8                      D) 9
2. A  $(1, \sqrt{3})$  ve B  $(\sqrt{3}, 1)$  olduğuna göre,  $|AB|$  kaç birimdir?  
 A) 2                      B)  $2\sqrt{2}$                       C) 4                      D)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
3. A  $(3, 2)$  ve B  $(m, 6)$  noktaları arasındaki uzaklık 5 birim olduğuna göre, m nin alabileceği değer, aşağıdakilerden hangisidir?  
 A) 1                      B) 3                      C) 5                      D) 6
4. A  $(2, 3)$  ve B  $(3, 4)$  noktalarından eşit uzaklıkta olan bir nokta C  $(1, m)$  ise m kaçtır?  
 A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5
5. A  $(a + 1, 4)$  ve B  $(3, b + 2)$  noktaları veriliyor.  $[AB]$  nin orta noktası C  $(3, 5)$  ise  $a + b$  değeri kaçtır?  
 A) 2                      B) 4                      C) 6                      D) 8
6. A  $(3, 4)$  ve B  $(3, -1)$  ise AB doğru parçasını  $\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2}{3}$  oranında içten bölen C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $(3, 2)$                       B)  $(2, 3)$                       C)  $(-2, 5)$                       D)  $(4, 1)$
7. A  $(-3, 1)$  ve B  $(5, 3)$  olan AB doğru parçasını  $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{1}{3}$  oranında dıştan bölen C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $(1, 7)$                       B)  $(-7, 0)$                       C)  $(2, 5)$                       D)  $(2, -4)$

8.  $(5 - a, a - 3)$  noktası analitik düzlemde I. bölgede olduğuna göre,  $a$  nın kaç tane değeri vardır?
- A) 1                      B) 2                      C) 4                      D) 4
9.  $(2a + b - 5, 4)$  ile  $(a, b + 1)$  ikilileri aynı noktayı gösterdiğine göre, bu noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?
- A) (1, 3)                      B) (2, 3)                      C) (3, 4)                      D) (1, 4)
10.  $A(a + 1, 3)$  ve  $B(2, b + 3)$  noktaları veriliyor.  $[AB]$  nın orta noktası  $C(3, 4)$  olduğuna göre,  $a.b$  nin değeri kaçtır?
- A) 4                      B) 6                      C) 8                      D) 10
11. Köşelerinin koordinatları  $A(a, b)$ ,  $B(-2, 4)$  ve  $C(3, 1)$  olan  $ABC$  üçgeninin ağırlık merkezi  $G(-1, 2)$  olduğuna göre,  $A$  köşesinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?
- A) (1, 3)                      B) (2, 4)                      C) (-4, 1)                      D) (3, 2)
12. Köşelerinin koordinatları  $A(2, 4)$ ,  $B(4, 6)$  ve  $C(7, 2)$  olan  $ABC$  üçgeninin  $[AB]$  kenarına ait kenarortayının uzunluğu kaç birimdir?
- A) 3                      B) 5                      C) 6                      D) 7
13.  $A(1, 3)$ ,  $B(-5, 5)$  ve  $C(-2, a)$  noktalarının doğrusal olması için  $a$  kaç olmalıdır?
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4
14.  $A(3, 5)$  ve  $C(-1, 1)$  noktaları bir karenin karşılıklı (aynı köşegen üzerinde bulunan) iki köşesine ait nokta olduğuna göre, bu karenin alanı kaç birim karedir?
- A) 9                      B) 16                      C) 25                      D) 36
15.  $A(3, 4)$ ,  $B(1, 2)$  noktalarından eşit uzaklıkta ve  $x$  ekseninde bulunan noktanın apsisi kaçtır?
- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6
16.  $A(a, b)$  noktasının koordinatları arasında  $a + 2b = -1$  ve  $2a - b = 8$  bağıntıları varsa, bu nokta koordinat sisteminin hangi bölgesindedir?
- A) I.                      B) II.                      C) III.                      D) IV.

17.  $A(a + 2, a + 1)$  noktasının  $y$  eksenine göre simetriği  $B(2a - 5, b)$  noktasıdır.  $C(1, -4)$  olduğuna göre,  $ABC$  üçgeninin alanı kaç birim karedir?
- A) 9                      B) 18                      C) 24                      D) 36
18.  $A(1, 4)$ ,  $B(-2, 3)$  ve  $C(x, 1)$  noktaları bir üçgenin köşelerinin koordinatları ise  $x$  'in değeri aşağıdakilerden hangisi **olamaz**?
- A) -8                      B) -6                      C) 2                      D) 4
19.  $ABC$  üçgeni bir eşkenar üçgendir. Tabanına ait,  $B(-2, 0)$  ve  $C(6, 0)$  noktalarının koordinatları olduğuna göre,  $A$  noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $(2, 4\sqrt{3})$                       B)  $(4, 3)$                       C)  $(4\sqrt{3}, 3)$                       D)  $(3, 6)$
20.  $A(1, 3)$  ve  $B(2, 5)$  noktaları veriliyor.  $AB$  doğrusu üzerinde  $3|AC| = 5|BC|$  şartını sağlayan,  $C$  noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\left(\frac{11}{3}, \frac{15}{2}\right)$                       B)  $\left(\frac{2}{2}, \frac{13}{5}\right)$                       C)  $\left(\frac{13}{8}, \frac{17}{4}\right)$                       D)  $\left(\frac{15}{8}, \frac{15}{2}\right)$
21.  $A(3, 0)$  ve  $B(1, 2)$  noktalarından eşit uzaklıkta olan bir nokta,  $C(m, 5)$  ise  $m$  kaçtır?
- A) 2                      B) 4                      C) 6                      D) 8
22. Bir  $ABCD$  paralelkenarının köşelerinin koordinatları  $A(-1, 2)$ ,  $B(1, a)$ ,  $C(2, 5)$  ve  $D(b, 4)$  ise  $a + b$  nin değeri kaçtır?
- A) 3                      B) 5                      C) 7                      D) 9
23. Analitik düzlemde  $A(1, -3)$  noktasından 5 birim uzaklıkta olan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 15 = 0$                       B)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$   
C)  $x^2 + y^2 + x - 3y + 25 = 0$                       D)  $x^2 + y^2 - x + 3y - 25 = 0$
24. Köşelerinin koordinatları  $A(-3, a)$ ,  $B(b, -3)$  ve  $C(2, -1)$  olan  $ABC$  üçgeninin ağırlık merkezi, başlangıç noktası (orişin) olduğuna göre, bu üçgenin alanı kaç birim karedir?
- A) 3                      B) 5                      C) 7                      D) 11
25.  $y$  ekseninde olan  $A(0, 2)$  ve  $B(2, 4)$  noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktanın ordinatı kaçtır?
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4