



## ÜNİTE II

### A. CEBİRSEL İFADELER, EŞİTLİK VE DENKLEM

1. Cebirsel İfadeler
2. Denklemler

#### ALİŞTIRMALAR

#### ÖZET

#### TEST II-I

### B. ÇARPANLAR VE ASAL SAYILAR

1. Doğal Sayıların Çarpanları ve Katları
2. Bölünebilme Kuralları
3. Asal Sayılar
4. EBOB ve EKOK

#### ALİŞTIRMALAR

#### ÖZET

#### TEST II-II



### BU BÖLÜMÜN AMAÇLARI



Bu bölümün konularını çalıştığınızda;

- \* Sayı örüntülerini modelleyecek,
- \* Örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade edecek,
- \* Doğal sayıların kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü biçimde gösterecek,
- \* Üslü sayının değerini belirleyecek,
- \* Probleme uygun cebirsel ifade yazacak,
- \* Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözecek,
- \* Doğal sayıların çarpanlarını ve katlarını belirleyecek,
- \* Bölünebilme kurallarını açıklayacak,
- \* Asal sayıları belirleyecek,
- \* Doğal sayıların ortak bölenlerini ve ortak çarpanlarını problem çözümünde uygulayacaksınız.



### NASIL ÇALIŞMALIYIZ?



Bu bölümün konularını kavrayabilmek için;

- \* Örnekleri dikkatle inceleyiniz ve anlamaya çalışınız.
- \* Örneklerle ilgili açıklama ve uyarıları dikkate alınız.
- \* Değişik kaynaklardan edindiğiniz problemleri denklem kurarak çözmeye gayret ediniz.
- \* Anlamadığınız konularda çevrenizden yardım isteyiniz.

## CEBİRSEL İFADELER

## ÖRNEK:

“Esra’nın yaşı, Leyla’nın yaşından 2 fazladır.” Buna göre, her ikisinin yaşlarının kaç olabileceğini bulalım.

Esra 1 yaşındaysa, Leyla’nın yaşı  $1 + 2 = 3$ ’tür.

Esra 2 yaşındaysa, Leyla’nın yaşı  $2 + 2 = 4$ ’tür.

Esra ve Leyla’nın yaşını veren aşağıdaki gibi bir tablo oluşturabiliriz.

Tablo: Esra ve Leyla’nın yaşları

| Esra’nın yaşı | Leyla’nın yaşı |
|---------------|----------------|
| 1             | $1 + 2 = 3$    |
| 2             | $2 + 2 = 4$    |
| 3             | $3 + 2 = 5$    |
| 4             | $4 + 2 = 6$    |
| 5             | $5 + 2 = 7$    |
| .             | .              |
| .             | .              |
| .             | .              |
| a             | $a + 2$        |

Esra’nın yaşı arttıkça Leyla’nın yaşı da artmaktadır. Buna göre, Esra’nın yaşını bir sembolle gösterirsek, Leyla’nın yaşını daha kolay ifade ederiz.

Esra’nın yaşına “a” dersek, Leyla’nın yaşı “ $a + 2$ ” olur.



Burada, “a” harfine “değişken” ya da “bilinmeyen” adı verilir.  $a + 2$  ifadesi ise içinde değişken olduğundan “cebirselsel ifade” olarak adlandırılır.



En az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadelere “cebirselsel ifadeler” denir.

## ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda yeralan sözlü ifadeleri cebirsel ifade olarak yazalım.

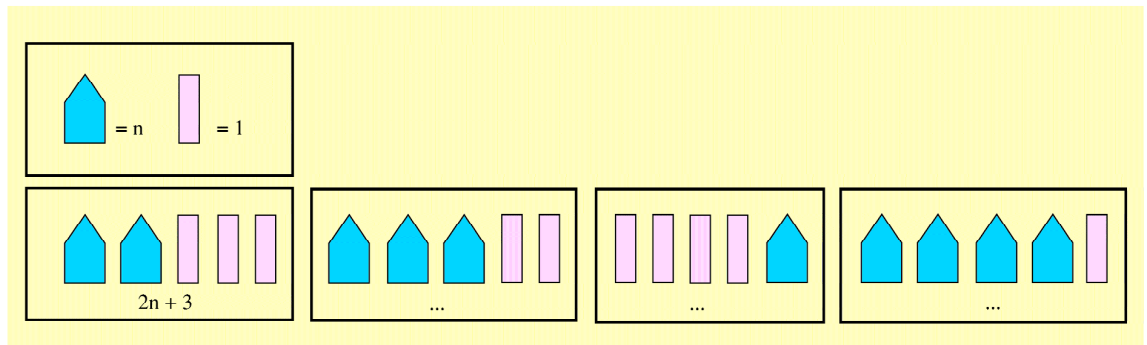
| Sözlü ifade                                | Cebirsel ifade |
|--------------------------------------------|----------------|
| Ela'nın oyuncakları, Mert'inkinden 5 fazla | $a + 5$        |
| Ayşe'nin yaşı Filiz'in yaşının 2 katı      | $2.m$          |
| 30 dakikalık bir sınavda kalan süre        | $30 - b$       |
| Bir sayının 3 katının 4 fazlası            | $3x + 4$       |
| Eşkenar üçgenin çevre uzunluğu             | $3.y$          |



Bir cebirsel ifadede bir sayı ile bir değişken veya birden fazla değişkenin çarpımına “terim”, terimlerin sayısal çarpımına ise “kat sayı” denir.

## ÖRNEK

Aşağıda verilen her bir modele karşılık gelen cebirsel ifadeyi yazınız.



## ÖRNEK

3 - 6 - 9 - 12 - 15 - ... sayı örüntüsüne göre;

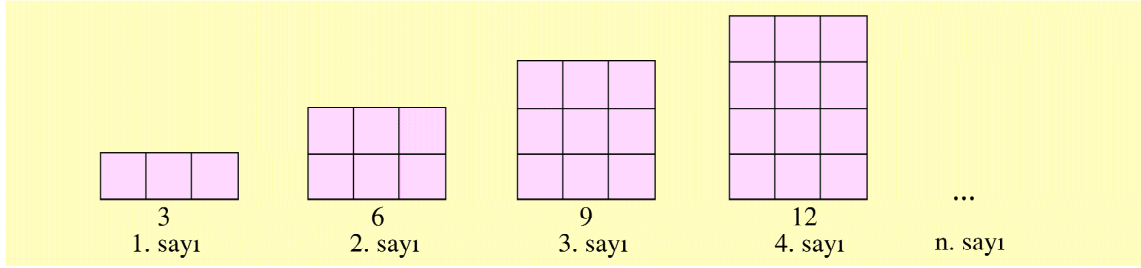
- a) Örüntünün 10 ve 16. adımlarındaki sayıları bulalım.

Örüntüyü incelediğimizde her bir adımdaki sayının, adım sayısının 3 katına eşit olduğu görülmektedir. Buna göre;

10. adımdaki sayı  $3 \times 10 = 30$

16. adımdaki sayı  $3 \times 16 = 48$  şeklinde bulunur.

b) Örüntüye uygun cebirsel ifadeyi elde etmek için tablo oluşturalım.



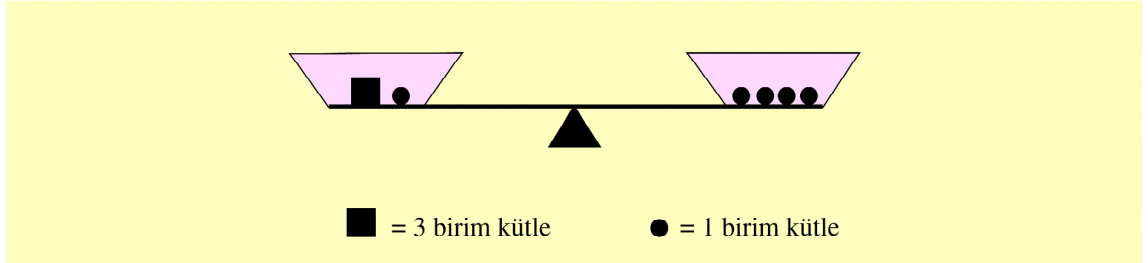
| Sayının<br>örüntüdeki<br>sıra numarası | Sayı için<br>kullanılan<br>kare sayısı | Sayı ile kullanılan kareler<br>arasındaki sayısal ilişkiler |                  |
|----------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------|------------------|
|                                        |                                        | 1. seçenek                                                  | 2. seçenek       |
| 1                                      | 3                                      | $1 + 1 + 1 = 3$                                             | $3 \cdot 1 = 3$  |
| 2                                      | 6                                      | $2 + 2 + 2 = 6$                                             | $3 \cdot 2 = 6$  |
| 3                                      | 9                                      | $3 + 3 + 3 = 9$                                             | $3 \cdot 3 = 9$  |
| 4                                      | 12                                     | $4 + 4 + 4 = 12$                                            | $3 \cdot 4 = 12$ |
| .                                      | .                                      | .                                                           | .                |
| .                                      | .                                      | .                                                           | .                |
| .                                      | .                                      | .                                                           | .                |
| n                                      | ...                                    | $n + n + n$                                                 | $3n$             |



“n” harfi verilen örüntüdeki sayıların sırasını veya yerini belirten bir işaret, sembol veya notasyondur. Bu yüzden “n” örüntünün “n. sayısı”, “temsili sayısı” veya “genel sayısı” olarak adlandırılır.

**Bilinmeyi Bulalım****ÖRNEK**

Şekildeki terazi dengededir. Kefelerdeki birim kütleleri inceleyelim.



$$3 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1$$

$$4 = 4$$



*Dengedeki terazinin sağ kefesine iki birim eklediğimizde ne olur?*

*Dengedeki terazinin kefelerine üç birim eklediğimizde ne olur?*

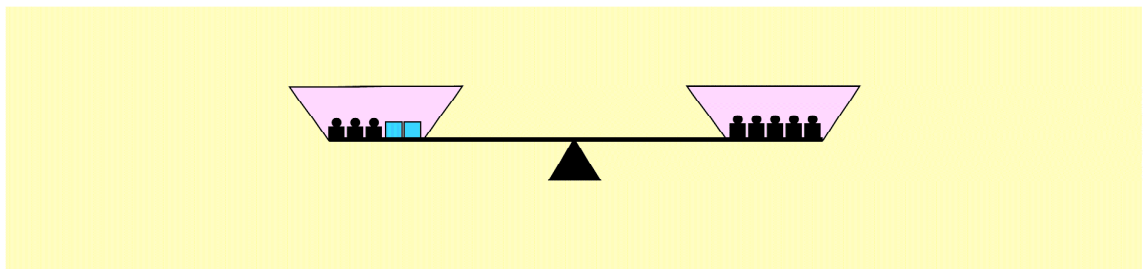
*Dengedeki terazinin kefelerini birinden bir birim alındığında, dengenin bozulmaması için ne yapılmalıdır?*



Denge durumu, eşitliğin bir modelidir. Bu model “=” sembolü ile gösterilir.

**ÖRNEK**

Denge durumundaki terazinin kefelerinde bulunan ■ şekli 1 kilogramlık kütleyi, ■ sembolü ise bilinmeyi temsil etmektedir.



Terazinin denge konumunu gösteren cebirsel ifadeyi yazalım.

Terazinin sağ kefesinde bulunan ■ sembolünü “x” harfi ile gösterelim.

Terazinin sol kefesinde bulunanların cebirsel ifadesi “ $x + x + x + 1 + 1$ ” dir.

Terazisinin sağ kefesinde bulunan kütlelerin matematiksel ifadesi “ $x + x + x + x + x$ ” dir.

Denge durumu için “=” sembolünü kullanarak denge durumuna ait cebirsel ifadeyi,

$$x + x + x + 1 + 1 = x + x + x + x + x$$

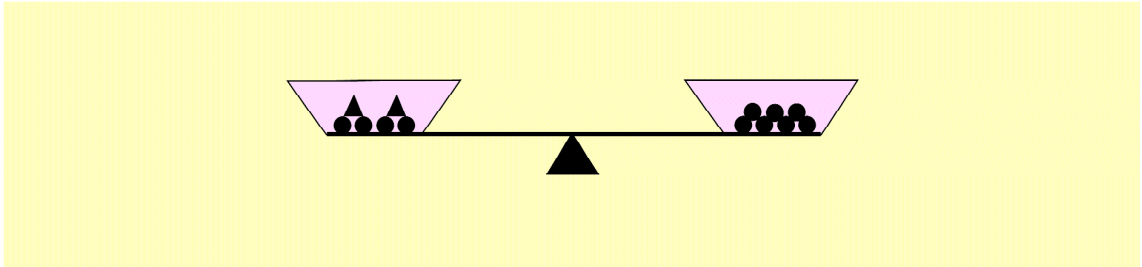
$3x + 2 = 5x$  şeklinde yazabiliriz.



Bilinmeyen içeren eşitlikler “denklem” olarak ifade edilir.

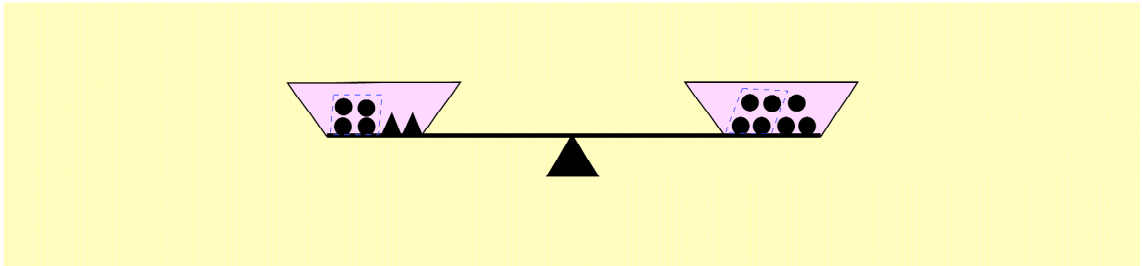
### ÖRNEK

Dengedeki terazinin kefelerindeki ● sembolü, 1 birim kütleyi temsil etmektedir. Buna göre, dengede olan teraziye ait denklemi yazarak ▲ sembolü ile gösterilen bilinmeyeni bulalım.

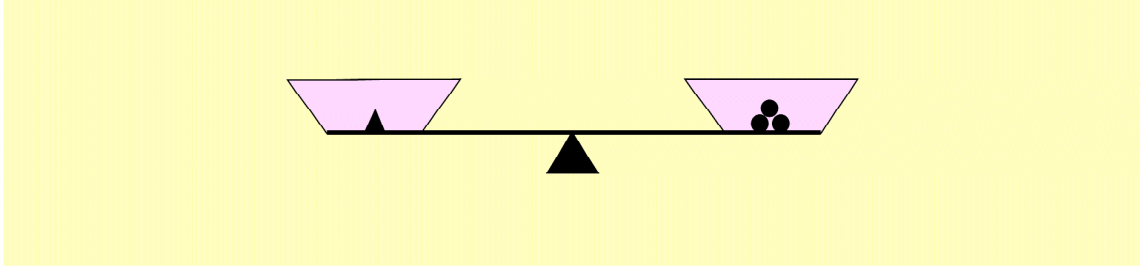


Dengede olan teraziye ait eşitlik  $x + 4 = 7$  olarak yazılır.

Terazinin her iki kefesinden bilinmeyen yanına bulunan miktarda kütlesini çıkaralım.



Böylece ● sembolünün ▲ cinsinden eş değerini buluruz



Çözümü kontrol etmek için, bulduğumuz  $x = 3$  değerini  $x + 4 = 7$  denkleminde yerine yazalım.

$$x + 4 = 7$$

$$3 + 4 = 7$$

$$7 = 7 \quad \text{olduğundan bulduğumuz sonuç doğrudur.}$$

### ÖRNEK

“Kendisinin 6 fazlası 21 olan sayı kaçtır?” sorusuna ait denklemi yazalım ve çözelim.

Bilinmeyeni (değişkeni)  $x$  ile gösterirsek,  $x + 6 = 21$  denklemi elde edilir.

$x$ 'i yalnız bırakmak için her iki tarafa  $(-6)$  ekleyelim

$$x + 6 + (-6) = 21 + (-6)$$

$$x = 15$$

Çözümü kontrol edelim;

$$x + 6 = 21 \text{ denkleminde,}$$

$$x = 15 \text{ için } 15 + 6 = 21$$

$$21 = 21 \quad \text{olduğundan bulduğumuz sonuç doğrudur.}$$



İçinde bilinmeyen bulunan eşitliklere denklem, denklemi doğru yapan değişkenin (bilinmeyenin) değerine denklemin çözümü, bu doğru değeri bulma işlemine denklemi çözmeye denir.

**ÖRNEK:** Ardışık üç sayının toplamı 63 ise bu sayıların en büyüğü kaçtır?

**ÇÖZÜM:** Ardışık üç sayı:  $\frac{1. \text{ sayı}}{x}$        $\frac{2. \text{ sayı}}{x+1}$        $\frac{3. \text{ sayı}}{x+2}$



Bu sayıların toplamı ;

$$x + x + 1 + x + 2 = 63$$

$$3x + 3 = 63$$

$$3x + 3 + (-3) = 63 + (-3)$$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{60}{3}$$

$$x = 20$$

En büyük sayı

$$x + 2 = 20 + 2 = 22 \text{ 'dir.}$$

### ÖRNEK

Nazlı ile annesinin yaşları toplamı 56'dır. Annesinin yaşı Nazlı'nın yaşının 3 katından 4 fazladır. Buna göre Nazlı'nın yaşını bulunuz.

### ÇÖZÜM

Nazlı'nın yaşına x dersek, annesinin yaşı  $3x + 4$  olur.

Nazlı ile annesinin yaşları toplamı  $x + 3x + 4 = 56$

$$4x + 4 = 56$$

$$4x + 4 + (-4) = 56 + (-4)$$

$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{52}{4}$$

$$x = 13$$

Nazlı'nın yaşı 13'tür.

## ALİŞTIRMALAR

1. 10 - 20 - 30 - 40 - 50 ... sayı örüntüsündeki ilişkiye karşılık gelen cebirsel ifadeyi değişken kullanarak yazınız. Elde ettiğiniz cebirsel ifade yardımıyla örüntünün 12. ve 20. adımdaki sayıları bulunuz.
2.  $5n - 2$  cebirsel ifadesinde 8 ve 16. sayıları bulunuz.
3.  $a = 4$  için  $6a - 1$  cebirsel ifadesinin değerini bulunuz.
4. “Hangi sayının 5 katının 2 eksiği 43’tür? Bu sayıyı bularak çözümün doğruluğunu kontrol ediniz.
5. Aşağıdaki denklemleri çözünüz ve çözümün doğruluğunu kontrol ediniz.
 

|                 |                   |                         |
|-----------------|-------------------|-------------------------|
| a) $x + 7 = 11$ | b) $a - 8 = 25$   | c) $-12 + m = 20$       |
| ç) $3b = 21$    | d) $3y - 11 = 70$ | e) $5x - 2(3 - x) = 15$ |
6. Ardışık beş çift sayının toplamı 105’tir. Bu sayıların en büyüğü ile en küçüğünün toplamı kaçtır?
7. Özlem pazardan aldığı 3kg şeftali, 2kg üzüm için 12 YTL ödemiştir. Üzümün kg’ı 1,5YTL olduğuna göre, şeftalinin kg’ı kaç YTL’dir?
8. Bir top kumaşın,  $\frac{1}{2}$ ’i ile  $\frac{3}{4}$ ’nün toplamı 140 metredir. Bu toptaki kumaş kaç metredir?
9. Ayla, Leyla’dan 4 yaş büyüktür. Ayla ile Leyla’nın yaşları toplamı 48’dir. Her ikisinin yaşını hesaplayınız.
10. 6/A sınıfının mevcudu 33 tür. Kızların sayısı, erkeklerin sayısının 2 katının 6 fazlasıdır. Kız ve erkek öğrenci sayısını bulunuz.



## ÖZET

En az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler “cebirsal ifadeler” denir.

Bir cebirsal ifadede bir sayı ile bir ya da birden fazla değişkenin çarpımına “terim”, terimlerin sayısal çarpımına ise “kat sayı” denir.

“n” harfi, verilen örüntüdeki sayıların sırasını veya yerini belirten bir işaret, sembol veya notasyondur. Bu yüzden “n” örüntüsünün “n. sayısı”, “temsilci sayısı” veya “genel sayısı” olarak adlandırılır.

İçinde bilinmeyen bulunan eşitliklere denklem, denklemi doğru yapan bilinmeyene denklemin çözümü, bu doğru değeri bulma işlemine denklemi çözme denir.



## TEST II - I

1. 1-3-5-7-9 ... sayı örüntüsündeki 15. sayı kaçtır?
  - A) 25
  - B) 27
  - C) 29
  - D) 31
2. Genel terimi  $2n + 3$  olan sayı örüntüsünde 4. terim ile 2. terim arasındaki fark kaçtır?
  - A) 2
  - B) 3
  - C) 4
  - D) 5
3. “Buzdolabındaki yumartaların 3 tanesini kullandım. Geriye 12 yumurta kaldı.” Verilen duruma uygun denklem aşağıdakilerden hangisidir?
  - A)  $12 - 3 = x$
  - B)  $x - 3 = 12$
  - C)  $12 - x = 3$
  - D)  $3 - x = 12$
4. “Bir kavanozdaki kırmızı bilyelerin 1 fazlasının 3 katının yarısı kadar beyaz bilye vardır.” Beyaz bilyelerin sayısını veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?
  - A)  $\frac{x+3}{2}$
  - B)  $\frac{3x+1}{2}$
  - C)  $\frac{x+1}{2}$
  - D)  $\frac{3(x+1)}{2}$

5.  $2x - 15 = -25$  denklemini sağlayan  $x$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -20  
B) -5  
C) 10  
D) 15
6. Bir sayının 2 katının 1 fazlası ile aynı sayının 3 katının 2 fazlasının toplamı 78'dir. Buna göre bu sayı kaçtır?
- A) -20  
B) -5  
C) 10  
D) 15
7. Uzun kenarı, kısa kenarının 2 katından 1 fazla olan dikdörtgenin çevresi 38 cm' dir. Bu dikdörtgenin uzun kenarı kaç santimetredir?
- A) 6  
B) 7  
C) 11  
D) 13
8. Hangi sayının 3 katının 3 fazlası 63'tür?
- A) 20  
B) 21  
C) 22  
D) 23
9. "Hangi sayının 3 katıyla 2 eksiğinin toplamı 30'dur?"  
Yukarıdaki problemin çözümünü veren denklem aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $3x - 2 = 30$   
B)  $3x + 2 = 30$   
C)  $3x + x - 2 = 30$   
D)  $3x - x + 2 = 30$

10.  $5\left(\frac{x}{2} + 1\right)$  cebirsel ifadesinin sözel karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) Bir sayının 1 fazlasının yarısının 5 katı  
 B) Bir sayının 5 katının yarısının 1 fazlası  
 C) Bir sayının 5 katının 1 fazlası  
 D) Bir sayının yarısının 1 fazlasının 5 katı
11. Serkan'ın bilyelerinin sayısının 3 fazlasının 4 katı Orkun'un bilyelerinin sayısına eşittir. Orkun'un 28 bilyesi olduğuna göre, Serkan'ın bilyelerini bulmak için aşağıdaki denklemlerden hangisi kullanılır?
- A)  $4x + 3 = 28$   
 B)  $4(x - 3) = 28$   
 C)  $4(x + 3) = 28$   
 D)  $4x - 3 = 28$
12. Ardışık 5 tek sayının toplamı 165'tir. Ortadaki sayı kaçtır?
- A) 31  
 B) 33  
 C) 35  
 D) 37
13. Bir babanın yaşı 45, iki çocuğunun yaşları toplamı 15' tir. Kaç yıl sonra babanın yaşı, çocukların yaşları toplamının 2 katı olur?
- A) 3  
 B) 4  
 C) 5  
 D) 6
14. İki sayıdan biri diğerinden 5 fazladır. Küçük sayının 4 katı ile büyük sayının 3 katının toplamı 155'tir. Büyük sayı kaçtır?
- A) 15  
 B) 20  
 C) 25  
 D) 30

## ÇARPANLAR VE ASAL SAYILAR

### ÖRNEK

12 sayısının bölenlerini yazalım.

$$12 : 1 = 12$$

$$12 : 2 = 6$$

$$12 : 3 = 4$$

$$12 : 4 = 3$$

$$12 : 6 = 2$$

$$12 : 12 = 1$$

12 sayısının bölenleri 1, 2, 3, 4, 6, 12'dir.



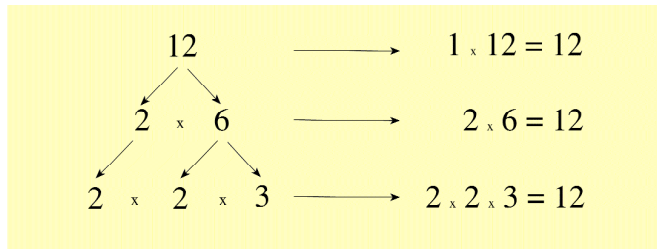
Bir doğal sayıyı kalansız olarak bölen sayılara, o sayının bölenleri denir.



36 ve 48 sayılarının bölenlerini yazınız.

### ÖRNEK

12 sayısının çarpanlarını yazalım.



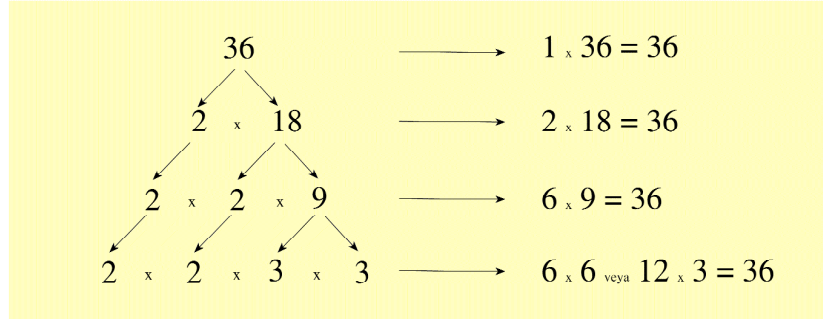
12 sayısının çarpanları 12, 6, 4, 3, 2, 1'dir. Dikkat edilecek olursa bu sayıların her biri 12'yi kalansız böler.



24 sayısının çarpanlarını yazınız.

**ÖRNEK**

36 sayısının çarpanlarını yazalım.



36 sayısının çarpanları, 36, 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2, 1



Bir sayının çarpanı aynı zamanda bölenidir. Bir sayının çarpanları ve bölenleri sayıdan küçük veya eşittir. Sayının katları ise sayıdan büyük veya eşittir.

**Tek ve Çift doğal sayılar**

Birler basamağı 0, 2, 4, 6, 8 olan sayılara çift doğal sayılar denir.

34756, 12290, 213454, 32, 678, ...



Birler basamağı 1, 3, 5, 7, 9 olan sayılara tek doğal sayılar denir.

127, 359, 9763, 2521, 2345, ...

Örneğin,

36 sayısının çarpanlarının 8 tanesi çift sayı 3 tanesi tek sayıdır.

$2 \times 3 = 6$  çarpanlardan biri tek biri çiftse çarpım çifttir.

$4 \times 5 = 20$

$2 \times 6 = 12$  çarpanlardan ikisinde çiftse çarpım çifttir.

$8 \times 4 = 32$

$3 \times 5 = 15$  çarpanların ikisinde tekse çarpım tektir.

$7 \times 9 = 63$



Tek sayıları “T” ile çift sayıları “Ç” ile gösterelim.

|                                       |                                  |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| $\text{Ç} \times \text{T} = \text{Ç}$ | $\text{Ç} + \text{T} = \text{T}$ |
| $\text{T} \times \text{Ç} = \text{Ç}$ | $\text{T} + \text{Ç} = \text{T}$ |
| $\text{Ç} \times \text{Ç} = \text{Ç}$ | $\text{Ç} + \text{Ç} = \text{Ç}$ |
| $\text{T} \times \text{T} = \text{T}$ | $\text{T} + \text{T} = \text{Ç}$ |

### ÖRNEK

12, 13 ve 18 in katlarını yazalım.

12 sayısının katları: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ....

13 sayısının katları: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, ...

18 sayısının katları: 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, ...

### ÖRNEK

5 arkadaş ellerindeki cevizleri torbaya koyuyorlar. Birinci 2, ikinci birincinin 2 katı, üçüncü birincinin 3 katı, dördüncü birincinin 4 katı, beşinci birincinin 5 katı kadar ceviz torbaya koyuyor.

- Torbada kaç ceviz vardır?
- Torbadaki ceviz sayısı, birincinin torbaya koyduğu cevizin kaç katıdır?

### ÇÖZÜM

- |    |   |                  |
|----|---|------------------|
| 1. | → | 2                |
| 2. | → | $2 \cdot 2 = 4$  |
| 3. | → | $2 \cdot 3 = 6$  |
| 4. | → | $2 \cdot 4 = 8$  |
| 5. | → | $2 \cdot 5 = 10$ |

- Torbadaki toplam ceviz sayısı  $= 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$

Torbadaki ceviz sayısı, birincinin torbaya koyduğu ceviz sayısının 15 katıdır.

**Bölünebilme Kuralları****2 ile kalansız bölünebilme**

$$18 : 2 = 9, \quad 24 : 2 = 12, \quad 32 : 2 = 16, \quad 46 : 2 = 23, \quad 10 : 2 = 5$$

Birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri bulunan sayılar 2 ile kalansız bölünür. Yani çift doğal sayılar 2 ile kalansız bölünür.

3472, 6234, 4350, 326, 4258, sayıları 2 ile kalansız bölünür.

**ALİŞTİRMA**

Aşağıdaki doğal sayılardan hangileri 2 ile kalansız bölünebilir?

3457, 1324, 42, 6370, 425, 28

**ÖRNEK**

$32n$  sayısı, üç basamaklı doğal sayıdır. Bu sayının 2 ile kalansız bölünebilmesi “ $n$ ” yerine yazılabilecek rakamları bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$32n$  sayısının 2 ile kalansız bölünebilmesi için birler basamağının çift sayı olması gerekir. Dolayısıyla,  $n$  yerine 0, 2, 4, 6, 8 rakamları yazılabilir.

**5 ile kalansız bölünebilme**

$$10 : 5 = 2 \quad 25 : 5 = 5$$

Birler basamağında “0” veya “5” rakamı olan doğal sayılar 5 ile kalansız bölünür.

34070, 2575, sayıları 5 ile kalansız bölünür.

**ALİŞTİRMA**

Aşağıdaki doğal sayılardan hangileri 5 ile kalansız bölünebilir?

35790, 435, 6324, 72670, 4343, 6892

**ÖRNEK**

435n dört basamaklı doğal sayısının 5 ile kalansız bölünebilmesi için, “n” yerine yazılabilecek rakamları bulunuz.

**ÇÖZÜM**

Bir doğal sayının 5 ile kalansız bölünebilmesi için, birler basamağındaki rakamlar “0” veya “5” olmalıdır. Dolayısıyla 435n sayısında, n yerine 0 , 5 rakamları yazılmalıdır.

**3 ile kalansız bölünebilme**

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı 3’ün katı ise bu sayı 3 ile kalansız bölünür.

Örneğin, 27 sayısı 3 ile kalansız bölünür. Çünkü rakamları toplamı  $2 + 7 = 9$ ’dur. 9’da 3’ün katıdır.

**ÖRNEK**

942 ve 725 sayıları 3 ile kalansız bölünebilir mi?

942 sayısında  $9 + 4 + 2 = 15$ ’dir. 15’te 3’ün katıdır. 942 sayısı 3 ile kalansız bölünür.

725 sayısında  $7 + 2 + 5 = 14$ ’tür. 14’te 3’ün katı değildir. 725 sayısı 3 ile kalansız bölünemez.



Aşağıdaki doğal sayılardan hangileri 3 ile kalansız bölünebilir?

369, 1200, 3249, 275, 62, 156,

**ÖRNEK**

34n2 dört basamaklı doğal sayısının 3 ile kalansız bölünebilmesi için, “n” yerine yazılabilecek rakamları bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$34n2 = 3 + 4 + 2 + n = 9 + n$ ’ in 3 ün katı olması için n yerine 0, 3, 6, 9 rakamları yazılabilir.

$$9 + 0 = 9$$

$$9 + 3 = 12$$

$$9 + 6 = 15$$

$$9 + 9 = 18$$

9, 12, 15, ve 18 sayıları 3’ün katıdır.

**4 ile kalansız bölünebilme**

Birler ve onlar basamağı 0 veya 4'ün katı olan sayılar 4 ile kalansız bölünebilir.

2100    3504,    672,    956

**6 ile kalansız bölünebilme**

3 ile kalansız bölünebilen her çift sayı 6 ile kalansız bölünebilir.

36, 702, 8154, ...

**ÖRNEK**

Aşağıdaki tablodaki sayılardan hangileri 6 ile kalansız bölünebilir?

**ÇÖZÜM:**

Tabloda 3 ile kalansız bölünebilenleri mavi ile 2 ile kalansız bölünebilenleri kırmızı ile gösterelim.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

Tablodan da görüldüğü gibi 3 ile kalansız bölünebilen her çift sayı 6 ile kalansız bölünebilir.

Siz de 3'ün katı olan sayıları yeşil, 9'un katı olan sayıları pembe ile boyayınız.

**9 ile kalansız bölünebilme**

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı 9'un katı ise bu sayı 9 ile kalansız bölünebilir.

2709 sayısında  $2 + 7 + 0 + 9 = 18$ 'dir. 18'de 9'un katıdır. 2709 sayısı 9 ile kalansız bölünebilir.



9 ile kalansız bölünebilen her doğal sayı 3 ile de kalansız bölünebilir.



Bir doğal sayının 3'e bölümü 11'dir. Aynı sayının 9 ile bölümünden kalan kaç olur?

**10 ile kalansız bölünebilme**

Birler basamağında “0” bulunan her doğal sayı 10 ile kalansız bölünebilir.

720, 4790, 92750, 6273540,

**ÖRNEK**

12, 27, 36, 45, 52, 60, 81 sayılarından hangilerinin 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 ile kalansız bölünebileceğini bulunuz.

**ÇÖZÜM**

Tabloda bu sayılara kalansız bölünebilenleri +, kalansız bölünemeyenleri - ile gösterelim.

**Tablo: Sayılar ve Bölenleri**

| Sayılar  | 12 | 27 | 36 | 45 | 52 | 60 | 81 | 100 |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Bölenler |    |    |    |    |    |    |    |     |
| 2        | +  | +  | +  | -  | +  | +  | -  | +   |
| 3        | +  | +  | +  | +  | -  | +  | +  | -   |
| 4        | +  | -  | -  | -  | -  | +  | -  | +   |
| 5        | -  | -  | -  | +  | -  | +  | -  | +   |
| 6        | +  | -  | +  | -  | -  | +  | -  | -   |
| 9        | -  | +  | +  | +  | -  | -  | +  | -   |
| 10       | -  | -  | -  | -  | -  | +  | -  | +   |

Tabloda 4’e, 6’ya ve 9’a kalansız bölünebilen sayıların başka hangi sayılara kalansız bölünebildiğine dikkat ediniz.

**ÖRNEK**

4 basamaklı  $34ab$  sayısının 6 ile kalansız bölünebilmesi için  $a + b$ 'nin en büyük değeri kaçtır?

**ÇÖZÜM:**

$32ab$  sayısının 6 ile kalansız bölünebilmesi için 2 ve 3 ile bölünebilmesi gerekir.

| $34a0$ | $34a2$ | $34a4$ | $34a6$ | $34a8$ |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| ↓      | ↓      | ↓      | ↓      | ↓      |
| 2      | 0      | 1      | 2      | 0      |
| 5      | 3      | 4      | 5      | 3      |
| 8      | 6      | 7      | 8      | 6      |
|        | 9      |        |        | 9      |

$a$ 'nın en büyük değeri 9,  $b$ 'nin en büyük değeri 8'dir.

$$\begin{aligned} a + b &= 9 + 8 \\ &= 17 \text{ dir.} \end{aligned}$$

**Asal Sayılar**

**1'den ve kendisinden başka böleni olmayan 1'den büyük sayılara asal sayı denir.**

2, 3, 5, 7, 11 .... sayıları asal sayılardır.

6, 12, 18, sayılarının çarpanlarının sayısı 2'den fazla olduğu için asal sayı değildir.

**ÖRNEK:**

Aşağıdaki tabloda 100'e kadar olan asal sayılar işaretlenmiştir. Tabloyu inceleyiniz.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |



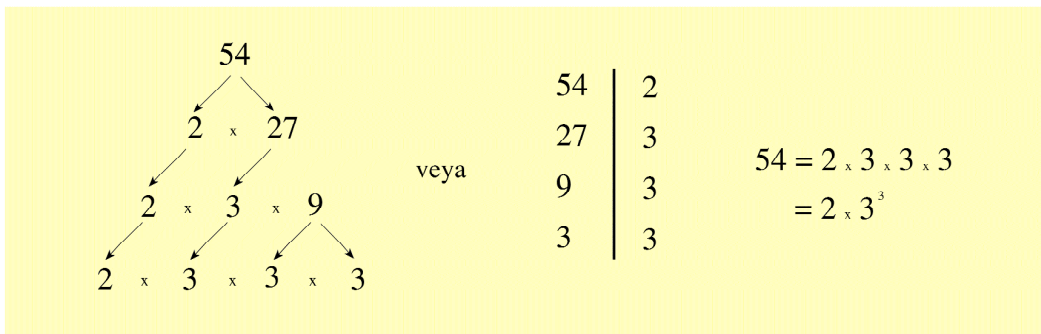
En küçük asal sayı 2 dir. 2 çift olan tek asal sayıdır.



1. 34 ile 49 arasındaki asal sayıları yazınız.
2. 1 doğal sayısı neden asal sayı değildir? Araştırınız.
3. 17, 23, 37 sayıları asal mıdır? Nedenini açıklayınız.

### Asal Çarpanlarına Ayırma

Asal Çarpan ağacı



54'ün asal çarpanları 2 ve 3'tür.



Bir doğal sayının bölenleri, aynı zamanda çarpanlarıdır.



Bir doğal sayının asal sayıların çarpımı biçiminde yazılmasına sayının asal çarpanlarına ayrılması denir.

### ÖRNEK

18 ve 34 sayılarını asal çarpanlarına ayıralım.

|                                                                   |                                                                                     |                                                                    |                                                         |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $  \begin{array}{r l}  18 & 2 \\  9 & 3 \\  3 & 3  \end{array}  $ | $  \begin{aligned}  18 &= 2 \times 3 \times 3 \\  &= 2 \times 3^2  \end{aligned}  $ | $  \begin{array}{r l}  34 & 2 \\  17 & 17 \\  1 &   \end{array}  $ | $  \begin{aligned}  34 &= 2 \times 17  \end{aligned}  $ |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|

### ÖRNEK

Asal çarpanlara ayrılmış hali  $3 \times 5 \times 7$  olan doğal sayıyı bulalım.

### ÇÖZÜM

$$3 \times 5 \times 7 = 105$$

**ÖRNEK**

Asal çarpanlarına ayrılmış hali  $2^3 \times 3 \times 5$  olan doğal sayıyı bulalım.

**ÇÖZÜM**

$$2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 5 = 120$$

**ALİŞTIRMALAR**

1. Aşağıda verilen sayıları asal çarpanlarına ayırarak yazınız.

- a) 32
- b) 42
- c) 49
- ç) 60

2. Aşağıda asal çarpanlarına ayrılmış doğal sayıları bulunuz.

- a)  $2 \times 3 \times 5$
- b)  $2^3 \times 3^2$
- c)  $2^2 \times 3 \times 5$



## EBOB - EKOK

### En Büyük Ortak Bölen (EBOB)

12 ve 18 in bölenlerini bulalım.

$$12 : 1 = 12$$

$$18 : 1 = 18$$

$$12 : 2 = 6$$

$$18 : 2 = 9$$

$$12 : 3 = 4$$

$$18 : 3 = 6$$

$$12 : 6 = 2$$

$$18 : 9 = 2$$

$$12 : 12 = 1$$

$$18 : 18 = 1$$

$$12 \text{ nin bölenleri} = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$18 \text{ in bölenleri} = \{ 1, 2, 3, 6, 9, 18, \}$$

$$12 \text{ ve } 18 \text{ in ortak bölenleri} = \{ 1, 2, 3, 6 \}$$

12 ve 18 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü 6'dır. 6 sayısına, 12 ve 18 sayılarının en büyük ortak böleni (EBOB) denir.  $EBOB(12, 18) = 6$



İki veya daha fazla sayma sayısının ortak bölenleri arasında en büyük olanına bu sayıların en büyük ortak böleni denir. En büyük ortak bölen kısaca EBOB biçiminde yazılır.  $EBOB(12, 18) = 6$  veya  $(12, 18) EBOB = 6$  biçiminde ifade edilir.

12 ve 18 sayılarının ortak olan asal çarpanları aynı zamanda bölenleri olduğundan 12'nin ve 18'in en büyük ortak bölenini asal çarpanlar yardımıyla bulalım.

|    |    |    |
|----|----|----|
| 12 | 18 | 2* |
| 6  | 9  | 2  |
| 3  | 9  | 3* |
| 1  | 3  | 3  |
|    | 1  |    |

12 ve 18 in ortak çarpanlarını işaretleriz.  
İşaretli ortak çarpanların çarpımı EBOB'u verir.  
 $EBOB(12, 18) = 2 \times 3 = 6$



Sayılar birlikte asal çarpanlarına ayrılır. Ortak çarpanlar işaretlenir. İşaretlenen ortak çarpanların çarpımı verilen sayıların EBOB'u dur.

**ÖRNEK**

24 ve 36 sayılarının EBOB'unu bulalım.

|    |    |    |
|----|----|----|
| 24 | 36 | 2* |
| 12 | 18 | 2* |
| 6  | 9  | 2  |
| 3  | 9  | 3* |
| 3  | 3  | 3  |

EBOB (24, 36) =  $2 \times 2 \times 3 = 12$ ' dir.



18 ve 48 sayılarının EBOB'unu bulunuz.

**ÖRNEK**

15 ve 30 sayılarının EBOB'unu bulalım.

|    |    |    |
|----|----|----|
| 15 | 30 | 2  |
| 15 | 15 | 3* |
| 5  | 5  | 5* |
| 1  | 1  |    |

EBOB (15, 30) =  $3 \times 5 = 15$ ' dir.



Biri diğerinin katı olan iki sayma sayısının EBOB'u bu sayılardan küçüğüne eşittir.

**ALİŞTIRMALAR**

Aşağıda verilen sayıların EBOB'larını zihinden bulunuz.

- a) EBOB (15, 60) =
- b) EBOB (20, 40) =
- c) EBOB (12, 72) =
- ç) EBOB (10, 50) =

**ÖRNEK**

14 ve 15 sayılarının EBOB'unu bulunuz.

|    |    |   |
|----|----|---|
| 14 | 15 | 2 |
| 7  | 15 | 3 |
| 7  | 5  | 5 |
| 7  | 1  | 7 |
| 1  |    |   |

EBOB (14, 15) = 1' dir.

14 ve 15 sayıları asal değildir. Ancak 1'den başka ortak böleni yoktur.



1'den başka ortak böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir.



Aralarında asal sayıların EBOB'u 1'dir.

**ÖRNEK**

12, 24 ve 48 sayılarının EBOB'unu bulunuz.

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 18 | 24 | 36 | 2 |
| 9  | 12 | 18 | 2 |
| 9  | 6  | 9  | 2 |
| 9  | 3  | 9  | 3 |
| 3  | 1  | 3  | 3 |
| 1  |    | 1  |   |

EBOB (18, 24, 36) =  $2 \times 3 = 6$ 'dır.

**ALİŞTIRMALAR**

- 36, 48 ve 64 sayılarının EBOB'unu bulunuz.
- Aşağıda verilen sayıların EBOB'unu zihinden bulunuz.
  - EBOB (10, 20, 30) =
  - EBOB (12, 48, 72) =
  - EBOB (5, 35, 40) =

**Aralarında Asal Sayılar**

14 ve 15 sayılarının bölenlerini yazalım.

14'ün bölenleri, 1, 2, 7, 14'dür.

15'in bölenleri, 1, 2, 3, 5, 15'tir.

14 ve 15 sayıları asal olmadıkları halde ortak bölenleri 1'dir.



Asal sayı olup olmadıklarına bakılmaksızın, 1'den başka ortak böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir.

**ALİŞTIRMALAR**

Aşağıda verilen sayılardan hangileri aralarında asaldır? Neden?

- a) 3 ve 9
- b) 7 ve 24
- c) 12 ve 25
- ç) 8 ve 27

**Doğal Sayılarda En Küçük Ortak Kat (EKOK)**

3 ve 4 sayılarının katlarını yazalım.

3'ün katları 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, ...dır.

4'ün katları 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...dır.

3 ve 4'ün ortak katları, 12, 24, 36, ... dir.

3 ve 4'ün en küçük ortak katı 12'dir.

EKOK (3, 4) = 12 biçiminde yazılır.



İki veya daha fazla sayma sayısının ortak katları içinde en küçük olanına, bu sayıların en küçük ortak katı denir. Kısaca  $EKOK(3,4) = 12$  veya  $(3, 4)_{ekok} = 12$  biçiminde yazılır.

**ÖRNEK**

3 ve 4 sayılarının en küçük ortak katlarını asal çarpanlar yardımıyla bulalım.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 |
| 3 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 |
| 1 |   |   |

$EKOK (3, 4) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ 'dir.



Sayılar birlikte asal çarpanlarına ayrılır. Asal çarpanların hepsi birbiri ile çarpılır. Çarpım, verilen sayının EKOK'udur.

### ÖRNEK

12 ve 45 sayılarının EKOK'unu bulalım.

|    |    |   |
|----|----|---|
| 12 | 45 | 2 |
| 6  | 45 | 2 |
| 3  | 45 | 3 |
| 1  | 15 | 3 |
|    | 5  | 5 |
|    | 1  |   |

EKOK (12, 45) =  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$ 'dir.

### ALİŞTIRMALAR

Aşağıdaki sayıların EKOK'larını bulunuz.

EKOK (30, 36)

EKOK (50, 90, 12)

### ÖRNEK

12 ve 36 sayılarının EKOK'unu bulalım.

|    |    |   |
|----|----|---|
| 12 | 36 | 2 |
| 6  | 18 | 2 |
| 3  | 9  | 3 |
| 1  | 3  | 3 |
|    | 1  |   |

EKOK (12, 36) =  $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ 'dır.



Birbirinin katı olan sayıların EKOK'u büyük sayıya eşittir.

### ÖRNEKLER

18 ve 54 sayılarının EKOK'u kaçtır?

54 sayısı 18'in katıdır. EKOK (18, 54) = 54'tür.

**ALİŞTIRMALAR**

Aşağıda verilen sayıların EKOK'unu zihinden bulunuz.

1. EKOK (30, 60) =
2. EKOK (25, 50, 75) =
3. EKOK (18, 75) =
4. EKOK (12, 60) =

**ÖRNEK**

12, 18 ve 36 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 12 | 18 | 36 | 2 |
| 6  | 9  | 18 | 2 |
| 3  | 9  | 9  | 3 |
| 1  | 3  | 3  | 3 |
|    | 1  | 1  |   |

$$\text{EKOK (12, 18, 36)} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \text{ 'dir.}$$

**ÖRNEK**

15 ve 8 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

|    |   |   |
|----|---|---|
| 15 | 8 | 2 |
| 15 | 4 | 2 |
| 15 | 2 | 2 |
| 15 | 1 | 3 |
| 5  | 1 | 5 |
| 1  |   |   |

$$\text{EKOK (15, 8)} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120 \text{ 'dir.}$$



Aralarında asal iki sayının EKOK'u bu sayıların çarpımına eşittir.

**ÖRNEK**

12 ve 25 sayılarının EKOK'u kaçtır?

12 ve 25 aralarında asaldır.

12 ve 25'in EKOK'u,  $12 \times 25 = 300$  'dür.

**ÖRNEK**

Ortak katlarının en küçüğü 65 olan iki asal sayının toplamı 18'dir. Bu asal sayıları bulalım.

**ÇÖZÜM**

65 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} 65 & 13 \\ 1 & 13 \\ & 1 \end{array}$$

EKOK (5, 13) =  $5 \times 13 = 65$ 'dir.

Bu asal sayılar 5 ve 13'tür. Toplamları 18, EKOK'ları 65'tir.

Bu sayılar asal oldukları için çarpımları EKOK'u verir.

**ALİŞTIRMALAR**

1. 14 ve 9 sayılarının EKOK'u kaçtır?
2. Aralarında asal olan iki sayının EKOK'u 900'dür. Sayılardan biri 25 olduğuna göre, diğeri kaçtır?

**EBOB ve EKOK'u Aynı İşlemle Bulma****ÖRNEK**

48 ve 60 sayılarının EBOB ve EKOK'larını bulunuz.

İşaretili asal çarpanların çarpımı EBOB'u, bütün asal çarpanların çarpımı EKOK'u verir.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

EBOB (48, 60) =  $2 \times 2 \times 3 = 12$ 'dir.

EKOK (48, 60) =  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 'dir.



İki sayının EKOK'u ile EBOB'unun çarpımı bu sayıların çarpımına eşittir.

$$A \times B = (A, B)_{\text{e.k.o.k}} \times (A, B)_{\text{e.b.o.b}}$$

$$A \times B = \text{EKOK} (A, B) \times \text{EBOB} (A, B)$$

$$48 \times 60 = \text{EKOK} (48, 60) \times \text{EBOB} (48, 60)$$

$$2880 = 240 \times 12$$

$$2800 = 2800$$

### ÖRNEK

En büyük ortak böleni 15 ve en küçük ortak katları 525 olan iki sayıdan biri 75'tir. Buna göre diğer sayı kaçtır?

### ÇÖZÜM

$$A \times B = \text{EKOK} (A, B) \times \text{EBOB} (A, B)$$

$$A \times 75 = 525 \times 15$$

$$A = \frac{7875}{75}$$

$$A = 105, \text{ diğ er sayı } 105\text{'tir.}$$

### ÖRNEK

A ve B birer doğal sayı olmak üzere,  $\text{EKOK}(A, B) = 2^3 \cdot 5^2$  ve  $\text{EBOB} (A, B) = 2^2 \cdot 5$  olduğuna göre,  $A \times B$  kaçtır?

### ÇÖZÜM

$$A \times B = \text{EKOK} (A, B) \times \text{EBOB} (A, B)$$

$$= 2^3 \cdot 5^2 \times 2^2 \cdot 5$$

$$= 200 \times 20$$

$$= 4000 \text{ dir.}$$



1. İki sayının çarpımı 432'dir. Bu sayıların EBOB'u 12 olduğuna göre, EKOK'u kaçtır?
2. Aralarında asal iki sayının EBOB'u ile EKOK'unun toplamı 145'tir. Bu sayılardan biri 16 olduğuna göre, diğ er sayı kaçtır?



## EBOB ve EKOK Problemleri

### ÖRNEK

30, 40 ve 51 sayılarını böldüğünde, sırasıyla 3, 4, 6 kalanını veren en büyük sayı kaçtır?

### ÇÖZÜM

Bölen sayı “ $\Delta$ ” olsun. Bu sayıların, kalansız bölünebilmeleri için bölünenlerden kalanlar çıkarılır.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) \Delta} \\ \underline{\phantom{00}} \\ 3 \end{array}$$

$$30 - 3 = \underline{27}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) \Delta} \\ \underline{\phantom{00}} \\ 4 \end{array}$$

$$40 - 4 = \underline{36}$$

$$\begin{array}{r} 51 \overline{) \Delta} \\ \underline{\phantom{00}} \\ 6 \end{array}$$

$$51 - 6 = \underline{45}$$

$\Delta$  sayısı, 27, 36 ve 45 sayılarının bölenlerinin en büyüğü olmalıdır.

Bu nedenle, bu sayıların EBOB’unu bulmalıyız.

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 27 | 36 | 45 | 2 |
| 27 | 18 | 45 | 2 |
| 27 | 9  | 45 | 3 |
| 9  | 3  | 15 | 3 |
| 3  | 1  | 5  | 3 |
| 1  |    | 5  | 5 |
|    |    | 1  |   |

EBOB (27, 36, 45) =  $3 \times 3 = 9$ ’dur.

30, 40, ve 51 sayılarını böldüğünde; sırasıyla 3, 4, ve 6 kalanını veren en büyük sayı 9’dur.

### ÖRNEK

96 kg ve 84 kg’lık torbalardaki toz şekerler eşit miktarda ve hiç artmayacak şekilde en az sayıda torba kullanılarak paylaştırılmak isteniyor.

- Torbalarda kaç kg’lık olmalıdır?
- Kaç tane torba gereklidir?

**ÇÖZÜM :**

96 kg ve 84 kg'lık şekerleri eşit miktarda ve hiç artmayacak şekilde torbaların en büyüğü olmalıdır. Bunun için 96 ve 84 sayılarının EBOB'u bulmalıyız.

|    |    |   |
|----|----|---|
| 96 | 84 | 2 |
| 48 | 42 | 2 |
| 24 | 21 | 2 |
| 12 | 21 | 2 |
| 6  | 21 | 2 |
| 3  | 21 | 3 |
| 1  | 7  | 7 |
|    | 1  |   |

a) EBOB (96, 84) =  $2 \times 2 \times 3 = 12$ 'dir.  
Torbaların herbirinde 12 kg toz şeker olmalıdır.

b)  $96 : 12 = 8$  torba  
 $84 : 12 = 7$  torba }  $8 + 7 = 15$  torba gereklidir.

**ALİŞTIRMA**

Bir satıcının elinde 36 kg ve 48 kg lık iki torba pirinç vardır. Satıcı torbalardaki pirinçleri eşit miktarlarda paketlemek istemektedir.

- Kaçar kilogramlık paketler hazırlayabilir?
- Bu torbalardan kaç tane gerekir?

**ÖRNEK**

Üç ayrı ülkeden 24, 30 ve 48 kişilik üç öğrenci grubu gezi için ülkemize geliyorlar. Bir odada sadece aynı ülke öğrencilerinin ve her odada eşit sayıda öğrenci olması isteniyor. Bu öğrenciler için **en az** kaç oda ayrılması gerekir?

**ÇÖZÜM:**

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 24 | 30 | 48 | 2 |
| 12 | 15 | 24 | 2 |
| 6  | 15 | 12 | 2 |
| 6  | 15 | 6  | 2 |
| 3  | 15 | 3  | 3 |
| 1  | 5  | 1  | 5 |
|    | 1  |    |   |

EBOB (24, 30, 48) =  $2 \times 3 = 6$ 'dır.  
Odalarda 6 kişi kalabilir.

$24 : 6 = 4$   
 $30 : 6 = 5$   
 $48 : 6 = 8$  }  $4 + 5 + 8 = 17$  tane oda ayrılması gerekir.

**ALİŞTIRMA**

Dikdörtgen biçimli bir arsanın uzun kenarı 75m kısa kenarı 45 m dir. Bu arsanın çevresine eşit aralıklarla ağaç dikilecektir.

- Aralıklar en çok kaç metre olmalıdır?
- Bu arsa için en çok kaç ağaç gereklidir?

**ÖRNEK**

Boyutları 560 cm ve 160 cm olan dikdörtgen biçimindeki bir banyonun tabanına kare biçiminde fayans dönecektir. Fayanslar en büyük boyutlu olacak ve kırılmadan döneceklerine göre bu banyo için kaç tane fayans gereklidir?

**ÇÖZÜM**

Kare biçimindeki fayansların en büyük boyutlu olması ve hiç kırılmaması gerekmektedir. Bu durumda fayansın boyutu 560 cm ve 160 cm'yi bölen en büyük sayı yani, EBOB'u bulunmalıdır?

|     |     |   |
|-----|-----|---|
| 560 | 160 | 2 |
| 280 | 80  | 2 |
| 140 | 40  | 2 |
| 70  | 20  | 2 |
| 35  | 10  | 2 |
| 35  | 5   | 5 |
| 7   | 1   | 7 |
| 1   |     |   |

EBOB (560, 160) =  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$ 'dir.

Kare biçimindeki fayansın bir kenarının uzunluğu 80 cm olmalıdır.

$$\text{Fayans sayısı} = \frac{\text{Banyonun taban alanı}}{\text{Fayansın alanı}} = \frac{560 \times 160}{80 \times 80} = 14$$

14 fayans gereklidir

**ÖRNEK**

Boyutları 4 cm, 10 cm ve 12 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kibrit kutuları kullanılarak en küçük hacimli bir küp yapılacaktır.

Buna göre, **en az** kaç kibrit kutusu gerekir?

**ÇÖZÜM**

4, 10, 12 sayılarının en küçük ortak katının bulunması gerekiyor.

|   |    |    |   |
|---|----|----|---|
| 4 | 10 | 12 | 2 |
| 2 | 5  | 6  | 2 |
| 1 | 5  | 3  | 3 |
|   | 5  | 1  | 5 |
|   | 1  |    |   |

EKOK (4, 10, 12) =  $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 'dır.

Odalarda 6 kişi kalabilir.

Kibrit kutularının sayısı =  $\frac{\text{Küpün hacmi}}{\text{Kibrit kutusunun hacmi}}$

Kibrit kutularının sayısı =  $\frac{15 \times 6 \times 5}{\cancel{60} \times \cancel{60} \times \cancel{60}} = 450$ 'dir.

### ÖRNEK

Belli aralıklarla çalan üç zilden birinci zil 20 dakikada, ikinci zil 25 dakikada ve üçüncü zilde 30 dakikada bir çalmaktadır. Bu üç zil saat 11.00 de çaldıktan sonra tekrar üçü birlikte ilk kez saat kaçta çalar?

### ÇÖZÜM

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 20 | 25 | 30 | 2 |
| 10 | 25 | 15 | 2 |
| 5  | 25 | 15 | 3 |
| 5  | 25 | 5  | 5 |
| 1  | 5  | 1  | 5 |
|    | 1  |    |   |

EKOK (20, 25, 30) =  $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$  dakika.

300 dakika : 60 = 5 saat.

Bu ziller 10:00 de çaldıktan sonra tekrar üçü birlikte, 11:00 + 5:00 = 16:00 da birlikte çalar.

### ÖRNEK

Faruk bilyelerini dörder, beşer ve altışar saydığında her seferinde 3 bilyesi artıyor. Faruk'un 100 den fazla bilyesi olduğuna göre **en az** kaç bilyesi vardır?

### ÇÖZÜM

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 2 |
| 2 | 5 | 3 | 2 |
| 1 | 5 | 3 | 3 |
|   | 5 | 1 | 5 |
|   | 1 |   |   |

EKOK (4, 5, 6) =  $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

Faruk'un bilyelerinin sayısı 60 ve 60 ın katıdır.

Yani 60 - 120 - 180 ...

100 den fazla ve en az  $60 \times 2 = 120 + 3 = 123$  tanedir

**ÖRNEK**

Bir sınıfta bulunan öğrenciler Beden eğitimi dersinde, altışarlı, dokuzarlı ve onikişerli gruplara ayrılınca her seferinde 5 öğrenci artıyor. Bu sınıfın mevcudu **en az** kaçtır?

**ÇÖZÜM**

Sınıftaki öğrenciler altışar gruplandığına göre 6'nın katı olmalı, dokuzar gruplandığına göre 9'un katı olmalı, onikişer gruplandığına göre 12'nin katı olmalıdır.

6, 9 ve 12'nin EKOK'unu bulalım.

|   |   |    |   |                                                                                                                                            |
|---|---|----|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6 | 9 | 12 | 2 | $EKOK(6, 9, 12) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$<br>Her seferinde 5 öğrenci arttığı için,<br>sınıf mevcudu en az $36 + 5 = 41$ kişidir |
| 3 | 9 | 6  | 2 |                                                                                                                                            |
| 3 | 9 | 3  | 3 |                                                                                                                                            |
| 1 | 3 | 1  | 3 |                                                                                                                                            |
|   | 1 |    |   |                                                                                                                                            |

**ALİŞTİRMA**

Boyutları 6 cm, 8 cm ve 12 cm olan dikdörtgen prizması şeklindeki tuğlalar kullanılarak en küçük hacimli bir küp yapılmak isteniyor.

- Bu küpün bir ayrıtının uzunluğu kaç cm'dir?
- Bu küp için kaç tuğla gerekir?

## ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki doğal sayıları asal çarpanlarına ayırınız.  
A) 72  
B) 108  
C) 240  
D) 400
2. 36 sayısının çarpanlarını yazınız 36'nın kaç tane tek, kaç tane çift sayı olan çarpanı vardır.
3. Aşağıda asal çarpanlarına ayrılmış doğal sayıları bulunuz.  
A)  $2 \times 3^2$   
B)  $2^3 \times 3^2$   
C)  $2 \times 3^2 \times 5$   
D)  $2 \times 3^2 \times 7$
4. 75, 373, 4300, 5274 sayılarından hangileri 2 ile kalansız bölünür?
5. 14 ile 46 arasındaki doğal sayılardan 3 ile kalansız bölünenlerin kümesini yazınız.
6. 48, 100, 72, 864, 612 sayılarından hangileri 4 ile kalansız bölünür?
7. 36 ile 67 arasındaki asal sayıları yazınız.
8. Aşağıdaki seçeneklerde verilen sayıların en büyük ortak bölenini bulunuz.  
A) 14, 45  
B) 12, 32  
C) 24, 36, 48  
D) 100, 200, 300
9. Aşağıdaki seçeneklerde verilen sayıların en küçük ortak katını bulunuz.  
A) 12, 35  
B) 24, 36  
C) 12, 24, 36  
D) 25, 35, 75
10. Aralarında asal iki sayının EKOK'u 360'dır . Bu sayılardan biri 8 ise diğeri kaçtır?



## ÖZET

Bir doğal sayıyı kalansız olarak bölen sayılara, o sayının bölenleri denir. Bir doğal sayının bölenleri aynı zamanda çarpanlarıdır.

Birler basamağı; 0, 2, 4, 6, 8 olan sayılara çift doğal sayılar, 1, 3, 5, 7, 9 olan sayılara tek doğal sayılar denir.

**2 ile kalansız bölünebilme** : Birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri bulunan sayılar 2 ile kalansız bölünür.

**5 ile kalansız bölünebilme** : Birler basamağındaki rakamı 0 veya 5 olan sayılar 5 ile kalansız bölünür.

**3 ile kalansız bölünebilme** : Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı 3 ün katı ise bu sayı 3 ile kalansız bölünür.

**9 ile kalansız bölünebilme** : Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı 9 un katı ise bu sayı 9 ile kalansız bölünür.

**4 ile kalansız bölünebilme** : Birler ve onlar basamağı “0” veya 4’ün katı olan doğal sayılar 4 ile kalansız bölünür.

**6 ile kalansız bölünebilme** : 3 ile bölünen her çift sayı 6 ile kalansız bölünür.

**10 ile kalansız bölünebilme** : Birler basamağında “0” (sıfır) rakamı olan sayılar 10 ile kalansız bölünür.

1’den ve kendisinden başka böleni olmayan, 1 den büyük sayılara asal sayı denir.

Asal sayı olup olmadıklarına bakılmaksızın 1 den başka ortak böleni olmayan sayılara, aralarında asal sayılar denir.

Bir doğal sayının asal sayıların çarpımı şeklinde yazılmasına sayının asal çarpanlarına ayrılması denir.

İki veya daha fazla sayma sayısının ortak bölenleri arasında en büyük olanına, bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) denir. Aralarında asal sayıların EBOB’u 1’dir.

İki veya daha fazla sayma sayısının ortak katları içinde en küçük olanına, bu sayıların en küçük ortak katı (EKOK) denir.

Birbirinin katı olan sayıların EKOK’u, büyük sayıya eşittir.

Aralarında asal iki sayının EKOK’u bu sayıların çarpımına eşittir.

İki sayının EKOK’u ile EBOB’unun çarpımı bu sayıların çarpımına eşittir.

$$A \times B = \text{EKOK} (A, B) \times \text{EBOB} (A, B)$$



## TEST II - II

1. Aşağıdaki sayılardan hangisi 3 ile kalansız bölünür?
  - A) 746
  - B) 985
  - C) 1294
  - D) 1392
2.  $4a1$  üç basamaklı sayısı 3 ile kalansız bölünüyor. Buna göre, a yerine yazılabilecek sayı değerleri toplamı kaçtır?
  - A) 12
  - B) 14
  - C) 15
  - D) 18
3. Beş basamaklı  $a6740$  sayısının 9 ile kalansız bölünebilmesi için a yerine hangi rakam gelmelidir?
  - A) 1
  - B) 3
  - C) 5
  - D) 9
4. Aşağıdaki sayılardan hangisi 3 ile kalansız bölünemez ?
  - A) 3679
  - B) 4806
  - C) 8292
  - D) 9534
5. Beş basamaklı  $2a3b5$  sayısının 9 ile kalansız bölünebilmesi için  $a + b$ 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
  - A) 8
  - B) 9
  - C) 17
  - D) 18



6.  $88a$  üç basamaklı sayısı hem 2 hemde 3 ile bölünebildiğine göre,  $a$  yerine kaç farklı rakam yazılır?
- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4
7. Aşağıdaki sayılardan hangisi hem 2 hem de 3 ile **bölünemez**?
- A) 12  
B) 21  
C) 36  
D) 54
8. Beş basamaklı  $267a0$  sayısı 4 ile kalansız bölünebildiğine göre  $a$  kaç farklı değer alır?
- A) 2  
B) 3  
C) 4  
D) 5
9. Dört basamaklı  $3a7b$  sayısı 10 ile kalansız bölünebilmektedir. Bu sayının 3 ile kalansız bölünebilmesi için  $a$ 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?
- A) 12  
B) 14  
C) 15  
D) 18
10. Aşağıdaki sayılardan hangisi hem 3 hem de 5 ile **kalansız** bölünebilir?
- A) 8052  
B) 8210  
C) 8304  
D) 8460

11. 2, 3, 6, 8, 11, 15, 17, 21, 29 sayılarından kaç tanesi asal sayıdır?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

12. En küçük asal sayı kaçtır?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

13. Aşağıdaki sayılardan hangisi asal sayı değildir?

- A) 13
- B) 23
- C) 47
- D) 65

14. Aşağıdaki sayılardan hangisi 108 sayısının asal çarpanlarına ayrılmış şeklidir?

- A)  $2^3 \times 3^2$
- B)  $2^2 \times 3^3$
- C)  $2 \times 3^3$
- D)  $2^4 \times 3$

15. 288 sayısının kaç farklı asal çarpanı vardır?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5